



## SPECTA Journal of Technology

E-ISSN : 2622-9099

P-ISSN : 2549-2713

Homepage jurnal: <https://journal.itk.ac.id/index.php/sjt>



### Kendali Optimal Penyebaran Penyakit Malaria di Kabupaten Panajam Paser Utara

*Ahmad Maulana Syafi'i<sup>1\*</sup>, Yosinta Sari<sup>2</sup>*

<sup>1\*2</sup> Program studi Tadris Matematika, Fakultas Tarbiyah dan Ilmu Keguruan, Universitas Islam Negeri Sultan Aji Muhammad Idris Samarinda, Samarinda, Indonesia.

Corresponding email: [maulanasyafii@uinsi.ac.id](mailto:maulanasyafii@uinsi.ac.id)

Received: 4/March/2025

Accepted: 13/December/2025

Revised: 5/October/2025

Published: 31/December/2025

To cite this article:

Syafii, A. M., & Sari, Y. (2025). Kendali Optimal Penyebaran Penyakit Malaria di Kabupaten Panajam Paser Utara. *SPECTA Journal of Technology*, 9(3), 219 – 228. [10.35718/specta.v9i3.1335](https://doi.org/10.35718/specta.v9i3.1335)

#### Abstract

*In this paper, the dynamics of malaria transmission model in Panajam Paser Utara Regency are given. The SISI (Susceptible Human-Infected Human-Susceptible Vector-Infected Vector) model is used in this paper by assuming that the human population can be infected with malaria more than once. The model parameters are estimated based on monthly cumulative data of malaria cases in Panajam Paser Utara Regency in 2023-2024 using the Kalman Filter method. The simulation results show that the comparison of the estimated value and the actual value in cases of humans infected with malaria in Panajam Paser Utara Regency in 2023-2024 produces a MAPE of 6.27% so that it can be concluded that the level of forecasting accuracy is high because it is <10%. Furthermore, two controls are considered to minimize the spread of malaria, namely human contact prevention measures with mosquitoes and mosquito spraying. Then the dynamic optimization problem is solved using the Pontryagin Minimum Principle method. The goal is to reduce the population of infected humans and mosquitoes by minimizing the costs incurred for mosquito prevention and spraying. Numerical results are presented to show that both controls can effectively minimize the spread of malaria.*

*Keywords: Malaria Disease Distribution, Parameter Estimation, SISI Model, Optimal Control.*

#### Abstrak

Dalam paper ini, diberikan dinamika model penularan penyakit malaria di Kabupaten Panajam Paser Utara. Model SISI (Susceptible Human-Infected Human-Susceptible Vector-Infected Vector) digunakan dalam paper ini dengan mengasumsikan populasi manusia dapat terkena penyakit malaria lebih dari satu kali. Parameter model diestimasi berdasarkan data kumulatif bulanan kasus malaria di Kabupaten Panajam Paser Utara pada tahun 2023-2024 dengan menggunakan metode Kalman Filter. Hasil simulasi menunjukkan bahwa perbandingan nilai estimasi dan nilai aktual pada kasus manusia yang terinfeksi malaria di Kabupaten Panajam Paser Utara pada tahun 2023-2024 menghasilkan MAPE 6,27% sehingga dapat disimpulkan bahwa tingkat akurasi peramalan tinggi karena <10%. Selanjutnya dua pengendalian dipertimbangkan untuk meminimalkan penyebaran penyakit malaria yaitu tindakan pencegahan kontak manusia dengan nyamuk dan penyemprotan nyamuk. Kemudian masalah optimisasi dinamik diselesaikan dengan menggunakan metode Prinsip Minimum Pontryagin. Tujuannya adalah untuk mengurangi populasi manusia dan nyamuk yang terinfeksi dengan meminimalkan biaya yang dikeluarkan untuk Tindakan pencegahan dan penyemprotan nyamuk. Hasil numerik disajikan untuk menunjukkan bahwa kedua pengendalian tersebut dapat secara efektif meminimalkan penyebaran penyakit malaria.

Kata Kunci: Penyebaran Penyakit Malaria, Estimasi Parameter, Model SISI, Kendali Optimal.

## 1. Pendahuluan

Epidemi penyakit yang ditularkan melalui vektor merupakan ancaman global yang serius (S.Y. Tchoumi, N.Y. Njintang, J.C. Kamgang, J.M. Tchuenche, 2023). Malaria termasuk salah satu penyakit serius yang dibawa oleh nyamuk *Anopheles* yang telah terinfeksi *Plasmodium*. Cara penularannya adalah nyamuk yang telah terinfeksi tersebut menggigit manusia sehingga *Plasmodium* tadi akan masuk ke dalam tubuh manusia. Penyakit malaria telah menjangkiti umat manusia selama berabad-abad (Gbenga Adegbite, dkk, 2023). Spesies *Plasmodium* terbagi menjadi empat yaitu *Plasmodium falciparum*, *vivax*, *malariae*, dan *ovale*. Adapun *Plasmodium falciparum* dan *Plasmodium vivax* adalah yang *plasmodium* paling mematikan. Gejala malaria antara lain demam, sakit kepala, menggigil, dll. Akan tetapi, jika penyakit malaria spesies *Plasmodium* tidak segera dilakukan pengobatan, maka dapat mengakibatkan kejadian terburuk yaitu meninggal dalam waktu 24 jam. Hal ini dikarenakan perkembangan spesies *Plasmodium* yang sangat cepat di dalam tubuh manusia (World Health Organization, 2022).

Secara global, diperkirakan kasus malaria hingga tahun 2020 sebanyak 241 juta orang yang telah terinfeksi penyakit malaria dibanding dengan kasus yang terjadi pada tahun 2019 sebanyak 227 juta sehingga memiliki perbedaan yang cukup signifikan. Jumlah kasus yang meningkat mengakibatkan jumlah kematian yang disebabkan penyakit malaria pun semakin meningkat. Terdapat sekitar 627.000 kematian akibat malaria pada tahun 2020, meningkat 69.000 kematian dibandingkan tahun sebelumnya. Sebagian besar beban malaria global terjadi di kawasan Afrika. Misalnya saja pada tahun 2020, sekitar 95% dari seluruh kasus malaria dan 96% kematian terjadi di wilayah tersebut (O.C. Collins\*, K.J. Duffy, 2022). Kondisi geografis, karakteristik populasi, faktor demografi seperti usia, jenis kelamin, etnis, dan pekerjaan berkontribusi dalam mempercepat kelangsungan hidup dan tingkat reproduksi vektor malaria (Fatmawati, 2020).

Kemudian di benua Asia khususnya daerah Asia Tenggara, Indonesia adalah negara yang jumlah kasus malaria nya masih terbilang daerah endemik. Pada tahun 2021 jumlah kasus malaria di Indonesia adalah 304.607 orang telah terjangkit penyakit malaria. Adapun daerah-daerah yang endemik malaria yaitu di bagian timur Indonesia seperti Papua, Sulawesi, Kalimantan dan Nusa Tenggara (Hisyam, 2021). Sebanyak 347 dari 514 (68%) kabupaten/kota di Indonesia sudah dinyatakan mencapai eliminasi malaria. Indonesia pada saat ini memiliki program Indonesia Bebas Malaria yang ditargetkan eliminasi penyakit malaria di seluruh Indonesia dapat dicapai pada tahun 2030 dan tercatat hingga kini tersisa 167 kabupaten/kota di Indonesia dari total dari 514 yang belum mampu mencapai target eliminasi malaria (*Kementrian Kesehatan Republik Indonesia, 2024*). Salah satu kabupaten/kota yang belum mencapai hal tersebut dan memiliki tingkat endemik tinggi adalah Kabupaten Panajam Paser Utara (PPU). Kabupaten PPU terletak di Kalimantan Timur dan merupakan salah satu kabupaten/kota penyangga Ibu Kota Nusantara (IKN). Kabupaten PPU memiliki lingkungan, geografi dan faktor meteorologi yang sangat membuat perkembangan transmisi nyamuk malaria cepat meningkat. Pembukaan lahan yang terjadi selama proses pembangunan IKN juga membuat keberadaan nyamuk malaria yang banyak tinggal di hutan menjadi terbang ke daerah kota. Kabupaten PPU juga merupakan daerah yang memiliki kelembaban tinggi dan curah hujannya pun cukup tinggi sehingga perkembangan nyamuk malaria sangat signifikan (*Kabupaten Panajam Paser Utara Dalam Angka 2022, 2022*).

Jumlah kasus orang terinfeksi penyakit malaria mengalami peningkatan pada tahun 2023 di Kalimantan Timur. *Annual Parasite Incidence (API)* merupakan satuan indeks yang dapat dilihat pada setiap daerah untuk mengukur tingkat endemik malaria (Hadisti, 2024).

Tabel 1: Peningkatan Jumlah kasus terinfeksi penyakit malaria pada tahun 2023 di Kalimantan Timur

Kota/Kabupaten	API (Annual Parasite Incidence)
Kabupaten PPU	6,44
Kabupaten Paser	2,22
Kabupaten Kutai Timur	1,25
Kota Bontang	1,16
Kota Berau	1,13

Sumber: Dinas Kesehatan Provinsi Kalimantan Timur, 2024

Berdasarkan laporan Dinas Kesehatan Kaltim yang dapat dilihat pada Tabel 1, terdapat 5 daerah di Kaltim yang memiliki indeks API cukup tinggi yaitu PPU dengan indeks API mencapai 6,44, Paser dengan indeks API 2,22, Kutai Timur dengan indeks API 1,25, Bontang dengan indeks API 1,16 dan Berau dengan indeks API 1,13. Berdasarkan tingkat API di lima daerah tersebut, Kabupaten PPU merupakan daerah dengan indeks API tertinggi dan dinyatakan sebagai daerah endemik level tinggi di Kalimantan Timur. Eliminasi penyakit malaria di daerah Kabupaten PPU harus segera dilakukan karena Kabupaten PPU termasuk daerah penyangga IKN yang harus benar benar diperhatikan sehingga tidak akan ada penyakit malaria di IKN.

Melihat fenomena tersebut, pemodelan matematika penyebaran penyakit malaria sangatlah diperlukan sehingga dinamika transmisi penyakit malaria dapat terlihat dan diprediksi. Model yang akurat dapat digunakan untuk memprediksi dan mengendalikan wabah penyakit menular secara efektif (Retna Shely Purwanti dan Mardijah, 2019). Beberapa penelitian telah dilakukan dengan model deterministik untuk menganalisis dinamika dan pengendalian malaria. Penelitian yang dilakukan oleh Retna Shely Purwanti dan Mardijah pada tahun 2019 membahas pemodelan matematika penyebaran penyakit malaria menggunakan model SEIR (*Susceptible-Exposed- Infected-Recovered*). Selanjutnya penelitian yang dilakukan oleh Hisyam Ihsan dkk pada tahun 2021 membahas penyakit malaria di Kabupaten Mimika dengan melakukan pemodelan matematika model SEIRS (*Susceptible-Exposed- Infected- Recovered- Susceptible*). Penelitian terbaru dilakukan oleh O.C.Collins pada tahun 2022 membahas kendali optimal penyebaran penyakit malaria di Nigeria dengan menggabungkan resistensi obat, pengobatan, dan penggunaan kelambu sebagai strategi pencegahan.

Dalam paper ini dilakukan rekonstruksi model matematika untuk memahami penyebaran penyakit malaria di Kabupaten Panajam Paser Utara. Kemudian dari model tersebut akan dilakukan estimasi parameter berdasarkan data kumulatif bulanan kasus malaria di Kabupaten Panajam Paser Utara pada tahun 2023-2024. Selanjutnya dibuat desain kendali optimal yang dapat diterapkan untuk mencegah dan mengatasi transmisi penyakit malaria dengan membatasi kontak manusia dengan nyamuk dan dilakukan penyemprotan nyamuk. Pemberian kendali digunakan untuk mengurangi populasi manusia dan nyamuk yang terinfeksi dengan meminimalkan biaya yang dikeluarkan untuk tindakan pencegahan dan penyemprotan nyamuk.

## 2. Model Matematika

Model penyebaran penyakit malaria pada paper menggunakan model (Fatmawati, 2020) yang meninjau model SISI (Susceptible Human-Infected Human-Susceptible Vector-Infected Vector). Populasi manusia dibagi menjadi dua kelas yaitu manusia yang rentan terhadap penyakit ( $S_h$ ) dan manusia yang terinfeksi malaria ( $I_h$ ), dan total populasi manusia dinyatakan dengan  $N_h = S_h + I_h$ . Selanjutnya laju kelahiran alami manusia dinyatakan dengan  $\Lambda_h$ . Untuk populasi nyamuk juga dibagi menjadi dua kelas yaitu nyamuk yang rentan terhadap penyakit ( $S_v$ ) dan nyamuk terinfeksi ( $I_v$ ). Total populasi nyamuk dinyatakan dengan  $N_v = S_v + I_v$  sedangkan laju kelahiran alami nyamuk dinyatakan dengan  $\Lambda_v$ . Rata-rata dari jumlah gigitan satu nyamuk per satuan waktu dinyatakan dengan parameter  $\beta$ .  $p_1$  merupakan peluang penularan penyakit dari gigitan nyamuk dan  $p_2$  peluang penularan penyakit dari manusia ke nyamuk. Adapun penyebab kematian nyamuk terdiri dari kematian alami yang dinyatakan dengan  $\mu_v$ . Manusia yang terinfeksi dapat kembali menjadi rentan dengan laju  $\gamma_h$ , namun diasumsikan nyamuk tidak akan pulih dari infeksi. Selanjutnya dilakukan rekonstruksi pada model tersebut dengan pemberian dua strategi kendali yaitu kendali pencegahan dan penyemprotan insektisida. Kendali  $u_1$  merupakan representasi usaha manusia untuk memberantas nyamuk melalui pencegahan individu berupa penggunaan kelambu dan lotion anti nyamuk. Kendali  $u_2$  merupakan penyemprotan insektisida pada nyamuk terutama nyamuk yang berparasit Plasmodium. Karena nyamuk berkembang biak lebih cepat pada musim hujan dan iklim yang panas, sehingga diperlukan usaha yang lebih dalam penyemprotan insektisida. Model matematika penyebaran malaria dapat dinyatakan dalam Sistem Persamaan Diferensial sebagai berikut:

$$\frac{dS_h}{dt} = \Lambda_h - (1 - u_1) \frac{p_1 \beta I_v}{N_h} S_h + \gamma_h I_h - \mu_h S_h \quad (1)$$

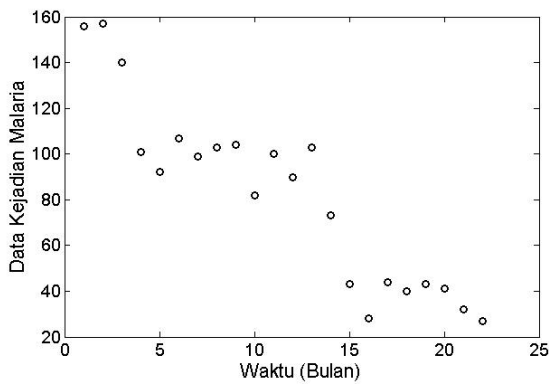
$$\frac{dI_h}{dt} = (1 - u_1) \frac{p_1 \beta I_v}{N_h} S_h - (\mu_h + \gamma_h + \delta_h) I_h \quad (2)$$

$$\frac{dS_v}{dt} = \Lambda_v - (1 - u_1) \frac{p_2 \beta I_h}{N_h} S_v - \mu_v S_v - u_2 S_v \quad (3)$$

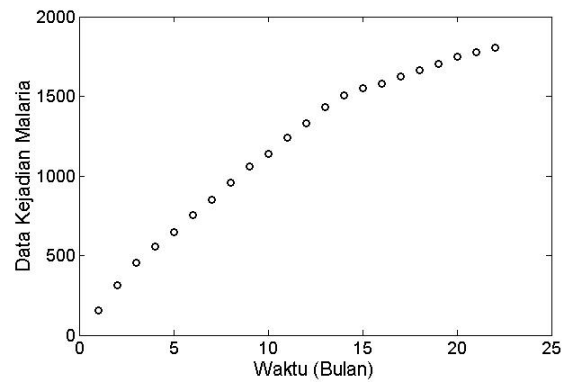
$$\frac{dI_v}{dt} = (1 - u_1) \frac{p_2 \beta I_h}{N_h} S_v - \mu_v I_v - u_2 I_v \quad (4)$$

### 3. Estimasi Parameter

Pada bagian ini, dilakukan estimasi parameter model (1) – (4) yang terkait dengan penyakit malaria di Kabupaten Panajam Paser Utara. Data individu terinfeksi malaria yang digunakan adalah data dari orang-orang yang telah terkonfirmasi laboratorium dan dinyatakan positif malaria. Data diperoleh dari Dinas Kesehatan Provinsi Kalimantan Timur pada periode Januari 2023 - Oktober 2024 seperti yang ditunjukkan pada Gambar 1 dan data kumulatif kasus malaria per bulan dari Januari 2023 hingga Oktober 2024 yang ditunjukkan pada Gambar 2 (Dinas Kesehatan Provinsi Kalimantan Timur, 2024).



Gambar 1: Jumlah kasus malaria di Kabupaten Panajam Paser Utara dari Januari 2023 hingga Oktober 2024.



Gambar 2: Jumlah kumulatif kasus malaria di Kabupaten Panajam Paser Utara dari Januari 2023 hingga Oktober 2024.

Pada paper ini dilakukan analisis dan simulasi numerik untuk mendapatkan estimasi parameter model matematika penyebaran penyakit malaria pada persamaan (1) - (4). Dalam simulasi ini model matematika yang digunakan adalah model matematika yang belum diberikan kendali sehingga nilai  $u_1 = u_2 = 0$ . Dalam penelitian ini, parameter  $\mu_h$  dan  $\Lambda_h$  didapatkan dari keadaan demografi Kabupaten Panajam Paser Utara. Angka kematian alami manusia  $\mu_h$  diperoleh dari kebalikan angka harapan hidup rata-rata di Kabupaten Panajam Paser Utara. Angka harapan hidup rata-rata di Kabupaten Panajam Paser Utara adalah 72,39 tahun (Badan Pusat Statistik, 2024), sehingga dapat diperoleh  $\mu_h = \frac{1}{72,39} = 0,000038$ . Untuk parameter  $\Lambda_h$ , angka rekrutmen manusia dihitung sebagai berikut: kita perhatikan tahun 2024, jumlah penduduk Kabupaten Panajam Paser Utara adalah 159.386 (Badan Pusat Statistik Kabupaten PPU, 2024). Oleh karena itu,  $\frac{\Lambda_h}{\mu_h} = 159.386$  yang merupakan jumlah penduduk manusia tanpa penyakit, sehingga  $\Lambda_h = 7,3947$  per tahun. Metode yang digunakan dalam melakukan estimasi parameter adalah metode Kalman Filter. Karena tidak diketahui nya data dari parameter, maka dengan mengestimasi variabel-variabel yang ada dapat pula diketahui bagaimana tingkat penyebaran penyakit malaria yang ada di Kabupaten Panajam Paser Utara terutama di masa mendatang dan juga dapat mengestimasi parameter-parameter lainnya yang berpengaruh pada penyebaran penyakit malaria. Algoritma Kalman Filter diberikan sebagai berikut (Subchan, 2021):

#### 1. Tahap Insialisasi

$$\mathbf{x}_0 \sim N(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{P}_0)$$

#### 2. Tahap Prediksi

$$\text{Estimasi data real : } \bar{\mathbf{x}}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}\mathbf{u}_k$$

$$\text{Error Covariance real : } \bar{\mathbf{P}}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{P}_k\mathbf{A}^t + \mathbf{G}\mathbf{Q}\mathbf{G}^t$$

### 3. Tahap Koreksi

$$\text{Kalman Gain : } \mathbf{K}_{k+1} = \bar{\mathbf{P}}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1}^T (\mathbf{H}_{k+1} \bar{\mathbf{P}}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1}^T + \mathbf{R})^{-1}$$

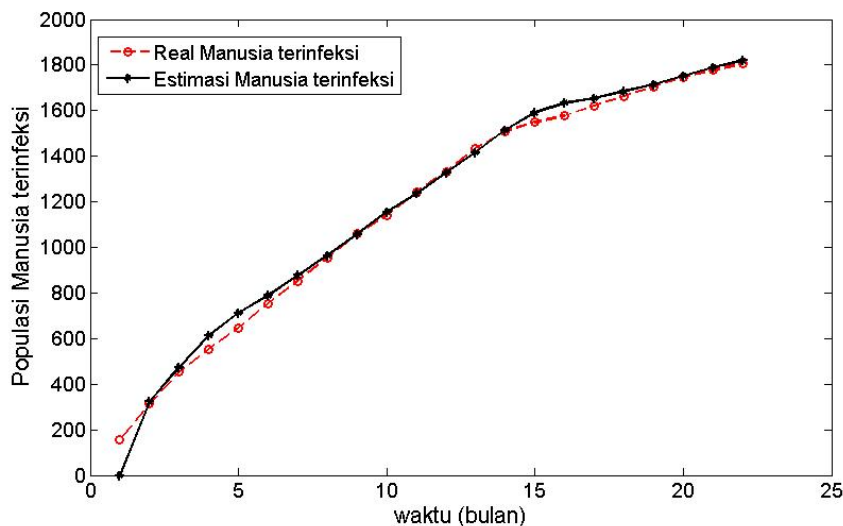
$$\text{Estimasi data real : } \hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \bar{\mathbf{x}}_{k+1} + \mathbf{K}_{k+1} (\mathbf{y}_k - \mathbf{H} \bar{\mathbf{x}}_{k+1})$$

$$\text{Error Covariance real : } \mathbf{P}_{k+1} = (\mathbf{I} - \mathbf{K} \mathbf{H}) \bar{\mathbf{P}}_{k+1}$$

Dengan menggunakan Kalman Filter, didapatkan nilai parameter pada Persamaan (1) – (4) yang dapat dilihat pada Tabel 2. Hasil perbandingan data dan model (1) – (4) dapat dilihat pada Gambar 3.

Tabel 2: Nilai Estimasi Parameter

Parameter	Nilai	Sumber
$\mu_h$	0,000038	Sesuai Perhitungan
$\mu_v$	0,025	Sesuai Model
$\Lambda_h$	7,3947	Sesuai Perhitungan
$\Lambda_v$	47,4819	Sesuai Model
$\gamma_h$	0,0074	Sesuai Model
$\delta_h$	0,0028	Sesuai Model
$\beta$	0,6	Sesuai Model
$p_1$	0,62	Sesuai Model
$p_2$	0,1327	Sesuai Model



Gambar 3: Hasil Estimasi pada Jumlah Manusia yang Terinfeksi Terhadap Penyakit

Gambar 3 menunjukkan perbandingan antara simulasi model matematika dengan data yang dilaporkan terinfeksi penyakit malaria Kabupaten Panajam Paser Utara pada tahun 2023-2024. dengan nilai MAPE 6,27%. Lingkaran merah mewakili data kejadian sebenarnya, sedangkan garis hitam mewakili kurva yang disesuaikan dengan model matematika penyebaran penyakit malaria.

### 4. Permasalahan Kendali Optimal

Dalam penelitian ini digunakan metode Prinsip Minimum Pontryagin (PMP) untuk menyelesaikan permasalahan kendali optimal. Fungsi tujuan pada permasalahan ini ialah untuk mencari control yang

optimal  $\mathbf{u}^*(t) = (u_1(t), u_2(t))^T$  yang bertujuan untuk mengurangi populasi manusia dan nyamuk yang terinfeksi dengan meminimalkan biaya yang dikeluarkan untuk Tindakan pencegahan dan penyempromotan nyamuk. Fungsi tujuan pada permasalahan ini diformulasikan sebagai berikut:

$$\min J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} [C_1 I_h^2(t) + C_2 I_v^2(t) + C_3 u_1^2(t) + C_4 u_2^2(t)] dt \quad (5)$$

dengan  $t_0$  dan  $t_f$  adalah waktu awal dan akhir yang telah ditetapkan. Selain itu, parameter bobot  $C_i > 0$  untuk setiap  $i = 1, 2, 3, 4$ .

Langkah pertama dalam menyelesaikan masalah kontrol optimal menggunakan PMP adalah menentukan fungsi Hamiltonian yang diberikan sebagai berikut (Subchan, 2019):

$$\begin{aligned} H = & \frac{1}{2} C_1 I_h^2 + \frac{1}{2} C_2 I_v^2 + \frac{1}{2} C_3 u_1^2 + \frac{1}{2} C_4 u_2^2 + \\ & \lambda_1 \left( \Lambda_h - (1 - u_1) \frac{p_1 \beta I_v}{N_h} S_h + \gamma_h I_h - \mu_h S_h \right) + \\ & \lambda_2 \left( (1 - u_1) \frac{p_1 \beta I_v}{N_h} S_h - (\mu_h + \gamma_h + \delta_h) I_h \right) + \\ & \lambda_3 \left( \Lambda_v - (1 - u_1) \frac{p_2 \beta I_h}{N_h} S_v - \mu_v S_v - u_2 S_v \right) + \\ & \lambda_4 \left( (1 - u_1) \frac{p_2 \beta I_h}{N_h} S_v - \mu_v I_v - u_2 I_v \right) \end{aligned} \quad (6)$$

dimana  $\lambda_i$  untuk setiap  $i = 1, 2, 3, 4$  adalah lagrange multiplier yang bergantung pada state. Selanjutnya didapatkan persamaan kendali yang optimal  $u_1^*$  dan  $u_2^*$  dengan cara menurunkan Persamaan (6) terhadap  $u_1$  dan  $u_2$  sebagai berikut (Naidu, D.S., 2022):

$$u_1^* = \frac{\lambda_2 p_1 \beta I_v S_h - \lambda_1 p_1 \beta I_v S_h + \lambda_4 p_2 \beta I_h S_v - \lambda_3 p_2 \beta I_h S_v}{C_3 N_h} \quad (7)$$

$$u_2^* = \frac{\lambda_4 I_v + \lambda_3 S_v}{C_4} \quad (8)$$

Kendali optimal  $\mathbf{u}^*$  didapatkan dari  $\frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}}$  dan memiliki karakteristik sebagai berikut:

$$\begin{aligned} u_1^* &= \max(u_{1min}, \min(u_1^*, u_{1max})) \\ u_2^* &= \max(u_{2min}, \min(u_2^*, u_{2max})) \end{aligned}$$

Persamaan kendali optimal yang diperoleh pada persamaan  $u_1^*$  dan  $u_2^*$  disubstitusikan ke dalam persamaan (6) sehingga diperoleh fungsi Hamiltonian yang optimal ( $H^*$ ). Selanjutnya fungsi Hamiltonian ( $H^*$ ) digunakan untuk mendapatkan state dan costate yang optimal.

Persamaan state yang optimal diberikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}^* &= \frac{\partial H^*}{\partial \lambda} \\ \dot{S}_h^* &= \Lambda_h - (1 - u_1^*) \frac{p_1 \beta I_v}{N_h} S_h + \gamma_h I_h - \mu_h S_h \\ \dot{I}_h^* &= (1 - u_1^*) \frac{p_1 \beta I_v}{N_h} S_h - (\mu_h + \gamma_h + \delta_h) I_h \\ \dot{S}_v^* &= \Lambda_v - (1 - u_1^*) \frac{p_2 \beta I_h}{N_h} S_v - \mu_v S_v - u_2^* S_v \\ \dot{I}_v^* &= (1 - u_1^*) \frac{p_2 \beta I_h}{N_h} S_v - \mu_v I_v - u_2^* I_v \end{aligned}$$



Persamaan costate yang optimal diberikan sebagai berikut:

$$\dot{\lambda}^* = -\frac{\partial H^*}{\partial x}$$

$$\dot{\lambda}_1^* = (\lambda_1 - \lambda_2) \frac{(1-u_1^*)p_1\beta I_v I_h}{(N_h)^2} + (\lambda_4 - \lambda_3) \frac{p_2\beta I_h S_v}{(N_h)^2} + \lambda_1 \mu_h$$

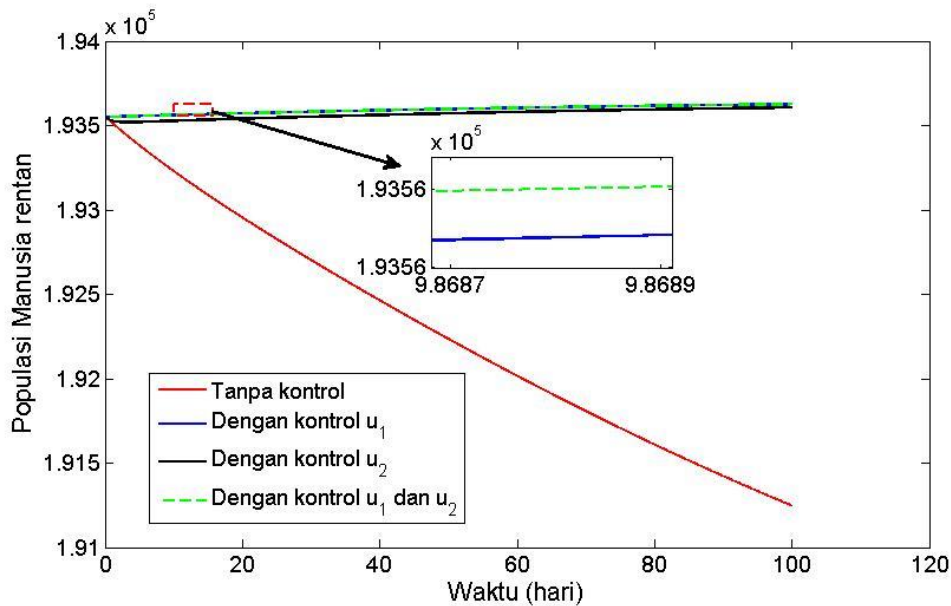
$$\dot{\lambda}_2^* = -C_1 I_h + (\lambda_3 - \lambda_4) \frac{(1-u_1^*)p_2\beta S_h S_v}{(N_h)^2} + (\lambda_2 - \lambda_1) \frac{(1-u_1^*)p_1\beta I_v S_h}{(N_h)^2} - \lambda_1 \gamma_h + \lambda_2(\mu_h + \gamma_h + \delta_h)$$

$$\dot{\lambda}_3^* = -\left(-\lambda_3 \frac{(1-u_1^*)p_2\beta I_h}{N_h} - \lambda_3 \mu_v - \lambda_3 u_2^* + \lambda_4 \frac{p_2\beta I_h(1-u_1^*)}{N_h}\right)$$

$$\dot{\lambda}_4^* = -\left(C_2 I_v - \lambda_1 \frac{(1-u_1^*)p_1\beta}{N_h} S_h + \lambda_2 \frac{(1-u_1^*)p_1\beta}{N_h} S_h - \lambda_4 \mu_v - \lambda_4 u_2^*\right)$$

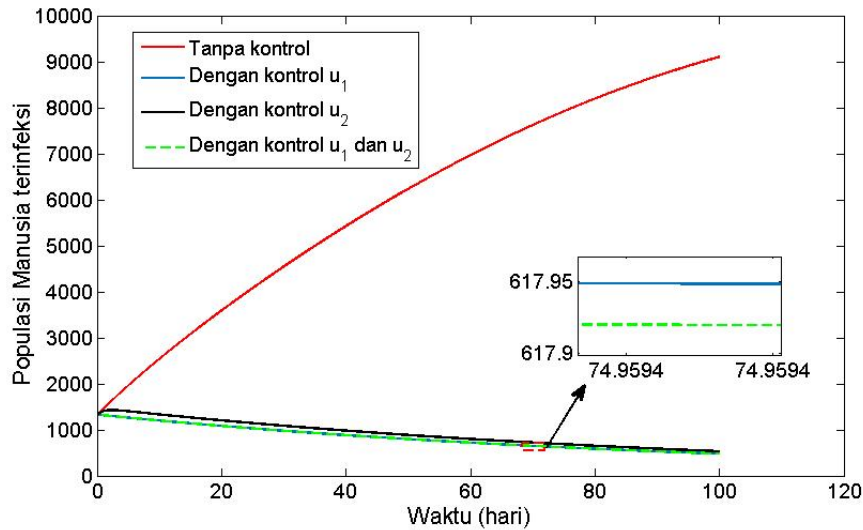
### 5. Analisis dan Simulasi Numerik

Pada bagian ini akan memperlihatkan efektivitas penerapan kendali yaitu dengan pencegahan individu dan penyemprotan nyamuk terhadap penyebaran malaria. Simulasi dilakukan menggunakan *software* MATLAB untuk melihat perubahan banyaknya individu populasi manusia dan vektor. Metode yang digunakan pada simulasi ini adalah metode Runge-Kutta orde 4 dan metode Sweep Maju-Mundur. Persamaan *state* diselesaikan menggunakan Runge-Kutta orde 4 dan persamaan *costate* diselesaikan menggunakan metode Sweep Maju-Mundur (Burden, R. L. dan Faires, D. J., 2011). Nilai *state* dan *costate* digunakan untuk memperbarui nilai kontrol menggunakan dan proses ini terus berulang hingga nilai *state*, *costate* dan kontrol telah konvergen. Setiap nilai parameter yang digunakan dalam simulasi ini ditunjukkan pada Tabel 2.



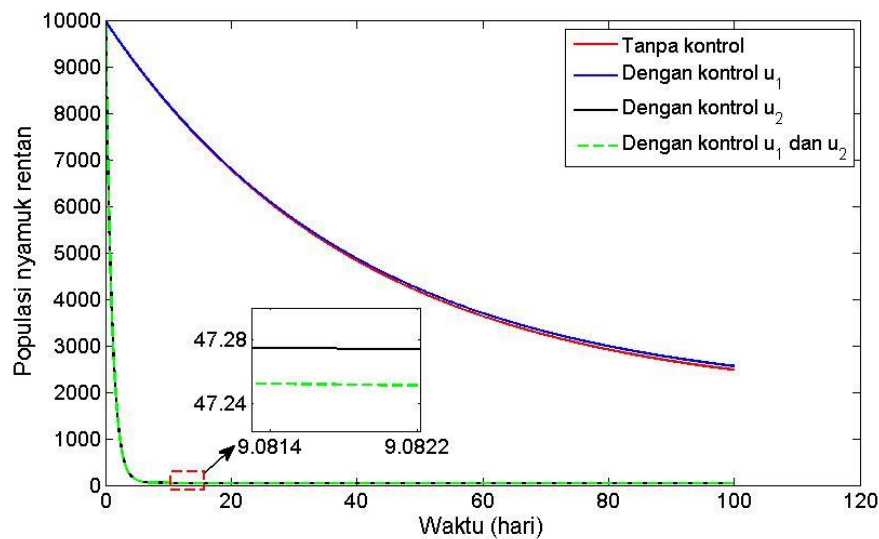
Gambar 4: Grafik laju perubahan populasi manusia rentan

Pada Gambar 4 menunjukkan bahwa terlihat perbedaan jumlah manusia rentan sebelum dan sesudah diberikan kendali dengan kondisi awal  $S_h(0) = 193.550$ . Berdasarkan Gambar 4 terlihat bahwa laju perubahan populasi manusia rentan ketika tidak diberikan kendali akan mengalami penurunan secara drastis setiap harinya. Hal ini terjadi disebabkan tingginya tingkat penyebaran penyakit malaria jika tidak diberikan kendali sehingga populasi manusia rentan banyak yang berpindah ke dalam populasi manusia terinfeksi. Sedangkan dengan pemberian kendali pencegahan dan penyemprotan insektisida, laju populasi manusia rentan terus mengalami peningkatan. Hal ini dapat terjadi karena tingkat penyebaran malaria telah dapat dikendalikan.



Gambar 5: Grafik Laju Perubahan Populasi Manusia Terinfeksi.

Pada Gambar 5 menunjukkan bahwa terlihat perbedaan jumlah manusia terinfeksi sebelum dan sesudah diberikan kendali dengan kondisi awal  $I_h(0) = 1331$ . Sama halnya dengan banyaknya individu yang rentan, dengan kendali  $u_1$  (pencegahan) saja individu terinfeksi jumlahnya hampir sama dengan pemberian kedua kendali sekaligus, namun masih belum optimal. Pemberian dua kendali  $u_1$  (pencegahan) dan  $u_2$  (penyemprotan) dapat menurunkan jumlah individu terinfeksi menjadi lebih optimal.

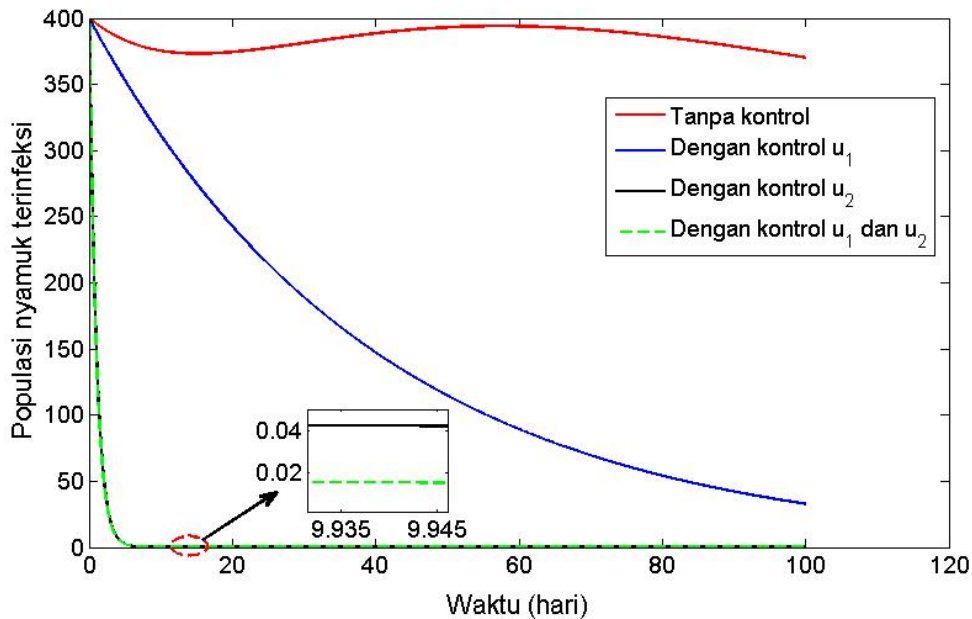


Gambar 6: Grafik Laju Perubahan Populasi Nyamuk Rentan.

Pada Gambar 6 menunjukkan bahwa terlihat perbedaan jumlah nyamuk rentan sebelum dan sesudah diberikan kendali dengan kondisi awal  $S_v(0) = 10.000$ . Dengan pemberian kendali  $u_2$  (penyemprotan)



saja dapat menurunkan populasi nyamuk yang rentan namun hasilnya masih belum optimal. Penurunan jumlah nyamuk rentan paling optimal saat diberi kendali  $u_1$  (pencegahan) dan  $u_2$  (penyemprotan).



Gambar 7: Grafik Laju Perubahan Populasi Nyamuk Terinfeksi

Pada Gambar 7 menunjukkan bahwa terlihat perbedaan jumlah nyamuk terinfeksi sebelum dan sesudah diberikan kendali dengan kondisi awal  $I_h(0) = 400$ . Tanpa pemberian kendali nyamuk terinfeksi tidak mengalami penurunan signifikan. Dengan kendali pencegahan atau penyemprotan saja, nyamuk terinfeksi mengalami penurunan namun belum secara optimal. Penurunan jumlah nyamuk terinfeksi paling optimal terjadi saat diberi dua kendali sekaligus

## 6. Kesimpulan

Pengendalian optimal pencegahan kontak dengan nyamuk dan penyemprotan insektisida dalam pengendalian penyebaran penyakit malaria telah dibahas. Diberikan persamaan diferensial sebagai sistem dinamis model penyebaran penyakit malaria yang dibagi menjadi kelas populasi manusia dan populasi nyamuk.

Dalam paper ini dirancang masalah pengendalian optimal dengan menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin yang bertujuan untuk meminimalkan individu dan nyamuk yang terinfeksi, serta mengurangi biaya pencegahan dan penyemprotan insektisida. Hasil simulasi diberikan di akhir bagian untuk menunjukkan efektivitas dari pengendalian yang diberikan. Berdasarkan hasil analisis, jumlah individu yang terinfeksi dan nyamuk yang terinfeksi telah menurun dalam dua tahun terakhir untuk kasus tanpa pengendalian namun masih mengakibatkan endemi di Kabupaten Panajam Paser Utara. Pengendalian mengurangi jumlah populasi manusia dan nyamuk yang terinfeksi sehingga penyakit endemik malaria dapat diminimalkan. Hal ini menunjukkan bahwa strategi pengendalian dalam bentuk pencegahan kontak dengan nyamuk dan penyemprotan insektisida dapat memberikan efek yang baik dalam meminimalkan penyebaran penyakit malaria.

## Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Lembaga Penelitian dan Pengabdian Masyarakat Universitas Islam Negeri Sultan Aji Muhammad Idris Samarinda yang telah mendanai penelitian ini berdasarkan kontrak No. B-1744/Un.21/LP2M/TL.00/12/2023 dan penulis juga mengucapkan terima kasih kepada Dinas Kesehatan Provinsi Kalimantan Timur yang telah memberikan serta menjelaskan data sebaran penyakit malaria di Kabupaten Panajam Paser Utara.

**Daftar Pustaka**

- Badan Pusat Statistik, (2024). Angka Harapan Hidup Kabupaten/Kota 2022-2024. [Angka Harapan Hidup \(AHH\) Menurut Kabupaten/Kota dan Jenis Kelamin - Tabel Statistik - Badan Pusat Statistik Indonesia](#)
- Badan Pusat Statistik, (2024). Seri Penduduk Kabupaten PPU. <https://ppukab.bps.go.id/id/statistics-table/2/MjgiMg==/seri-penduduk-kabupaten-penajam-paser-utara.html>
- Burden, R. L. dan Faires, D. J. (2011). *Numerical Analysis* (9th ed.). Brooks/Cole. Dinas Kesehatan Provinsi Kalimantan Timur, 2024. Indonesia
- Fatmawati, dkk. (2020). Parameter Estimation and Sensitivity Analysis of Malaria Model. *Journal of Physics: Conference Series*.
- Gbenga Adegbite, dkk. (2023). Mathematical modeling of malaria transmission dynamics in humans with mobility and control states. *Infectious Disease Modelling*, 8, 1015–1031.
- Hadisti, Z. D., dkk. (2024). Analisis Spasial Persebaran Jumlah Kasus Malaria Di Kalimantan Timur Menggunakan Indeks Moran Dan Local Indicator Of Spatial Autocorrelation. *Jurnal EKSPONENSIAL*, 15(1), 2085–7829.
- Hisyam, dkk. (2021). Pemodelan Matematika SEIRS Pada Penyebaran Penyakit Malaria Di Kabupaten Mimika. *Journal of Mathematics, Computations, and Statistics*, 4, 21–29.
- Kabupaten Panajam Paser Utara Dalam Angka 2022. (2022).
- Kementerian Kesehatan RI 2024 Peta Jalan Eliminasi Malaria <https://kemkes.go.id/eng/kemenkes-luncurkan-peta-jalan-eliminasi-malaria-dan-pencegahan-penularan-kembali-di-indonesia> [diakses pada tanggal 11 November 2024]
- Naidu, D.S. (2022). *Optimal Control Systems*. Crc Press, Boca Raton London Newyork Washington, D.C.,.
- O.C. Collins\*, K.J. Duffy. (2022). A mathematical model for the dynamics and control of malaria in Nigeria. *Infectious Disease Modelling*, 7, 728–741.
- Retna Shely Purwanti dan Mardlijah. (2019). Analisis Kestabilan dan Kontrol Optimal pada Model Dinamik Penyebaran Penyakit Malaria. *Jurnal Sains Dan Seni ITS*, 8, 2337–3520.
- Subchan, dkk. (2019). An epidemic cholera model with control treatment and intervention. *Journal of Physics*., 1218.
- Subchan, dkk. (2021). Modified Kalman filter-based model predictive control for ship heading control with probabilistic constraints. *Systems Science & Control Engineering*, 9(1), 109–116.
- S.Y. Tchoumi, N.Y. Njintang, J.C. Kamgang, J.M. Tchuente. (2023). Malaria and malnutrition in children: A mathematical model. *Elsevier*, 3.
- World Health Organization. (2022). Global health observatory data repository/world health statistics. <https://data.worldbank.org/indicator/SH.MLR.INCD.P3?end%201&locations%20NG&start%202000&view%20chart>.