
Penerapan Kendali Optimal Dalam Penyebaran *Hoax* Pada Masa Pandemi Covid-19 Melalui Edukasi dan Kebijakan Pemerintah

Muhammad Ihsanul Isma¹, Irma Fitria^{2*}, Kartika Nugraheni³

¹ Prodi Matematika, Jurusan Matematika dan Teknologi Informasi, Institut Teknologi Kalimantan, Balikpapan.
Email: isminfo03@gmail.com

² Prodi Statistika, Jurusan Matematika dan Teknologi Informasi, Institut Teknologi Kalimantan, Balikpapan..
Email: irma.fitria@lecturer.itk.ac.id

³ Prodi Matematika, Jurusan Matematika dan Teknologi Informasi, Institut Teknologi Kalimantan, Balikpapan..
Email: kartikanheni@lecturer.itk.ac.id

Abstract

Covid-19 made many changes that occurred in a short time during 2020. Covid-19 is rapidly spreading throughout the world, including Indonesia. A lot of information is spread about Covid-19 on social media. But not a few parties are using this momentum to make hoaxes about Covid-19. This has an impact on people who easily trust the hoax news. Therefore, efforts to control and reduce the rate of dissemination of hoax information so that hoax news slowly decreases. In this study, optimal control will be examined in the spread of hoaxes. The purpose of this study is to reorder the covid-19 hoax spread model and interpret the numerical simulation results of the Covid-19 hoax spread model. The hoax spread model is divided into four compartments namely, Susceptible, Educated, Hold, and Propaganda. This research method uses the Pontryagin Minimum Principle (PMP). After that, the analysis of the results that have been obtained and then drawn conclusions. Based on the results of numerical simulations obtained that optimal control in the form of education and government policy can minimize the perpetrators of hoax spreaders circulating.

Keywords: Covid-19, information, hoax, optimal control, PMP

Abstrak

Covid-19 membuat banyak perubahan yang terjadi dalam waktu yang singkat selama tahun 2020. Covid-19 dengan cepat menyebar ke seluruh dunia tak terkecuali Indonesia. Banyak informasi-informasi yang tersebar mengenai informasi Covid-19 di media sosial. Namun tak sedikit pihak yang memanfaatkan momentum ini untuk membuat *hoax* mengenai Covid-19 ini. Hal ini berdampak pada masyarakat yang dengan mudah mempercayai berita *hoax* tersebut. Oleh karena itu, diupayakan untuk mengendalikan dan mengurangi laju penyebaran informasi *hoax* tersebut agar berita *hoax* perlahan berkurang. Dalam penelitian ini, diteliti kendali optimal dalam penyebaran *hoax*. Adapun tujuan dari penelitian ini adalah menyusun kembali model penyebaran *hoax* Covid-19 dan menginterpretasikan hasil simulasi numerik dari model penyebaran *hoax* Covid-19. Adapun model penyebaran *hoax* terbagi menjadi empat kompartemen yaitu, *Susceptible*, *Educated*, *Hold*, dan *Propaganda*. Adapun untuk variabel kendali dalam penelitian ini adalah berupa edukasi dan kebijakan pemerintah. Metode penelitian ini menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin (PMP). Setelah itu dilakukan analisis dari hasil yang telah didapatkan lalu ditarik kesimpulan. Berdasarkan hasil simulasi numerik dengan menggunakan metode *Forward Backward Sweep Runge Kutta* Orde-4 didapatkan bahwa kendali optimal berupa edukasi dan kebijakan pemerintah dapat meminimumkan para pelaku penyebar *hoax* yang beredar.

Kata Kunci: Covid-19, informasi, *hoax*, Kendali Optimal, PMP.

1. Pendahuluan

Covid-19 telah membuat banyak perubahan yang terjadi dalam waktu yang singkat selama tahun 2020 ini. Covid-19 ditemukan pertama kali di Wuhan, China pada akhir Desember 2019. Pada tanggal 11 Maret 2020, WHO menetapkan Covid-19 menjadi pandemi global dikarenakan virus ini menyebar sangat cepat diseluruh penjuru bumi tak terkecuali Indonesia. Kasus Covid-19 pertama kali ditemukan

di Indonesia pada tanggal 2 Maret 2020 sebanyak 2 orang dinyatakan positif Covid-19. Menurut situs covid19.go.id saat ini telah tercatat sebanyak 1.980.000 jiwa kasus dengan catatan yang meninggal sebanyak 54.291 jiwa dan yang sembuh sebanyak 1.790.000 jiwa Pemerintah membentuk Gugus Satgas Penanggulangan Covid-19 yang bertujuan untuk membantu masyarakat Indonesia untuk melawan Covid-19. Banyak dokter yang mempertaruhkan nyawa untuk menekan angka penyebaran Covid-19 ini. Selain itu pula, banyak kalangan masyarakat yang juga menyebarkan informasi mengenai Covid-19 ini.

Salah satu cara untuk mendapatkan informasi mengenai Covid-19 adalah melalui media sosial. Pemerintah juga telah membuat sebuah *website* khusus untuk memberikan informasi mengenai tingkat penyebaran Covid-19 di Indonesia. Adapun *website* dari pemerintah yaitu www.covid19.go.id. Selain itu, banyak pula pribadi maupun kelompok yang menyebarkan bagaimana kondisi di Indonesia saat ini di media sosial mereka.

Mudahnya dalam mengakses informasi mengenai Covid-19 ini mengakibatkan banyak oknum-oknum yang membuat sebuah informasi yang palsu atau biasa kita sebut dengan *hoax*. Hal ini disebabkan mudahnya dalam penyampain informasi. Orang tidak perlu lagi harus menulis artikel di surat kabar untuk menyebarkan suatu berita. Dengan menggunakan media sosial yang mereka miliki saja, mereka mampu menyebarkan informasi yang kebenarannya masih dipertanyakan bahkan tanpa ada bukti yang valid. Saat ini banyak Hoax yang telah menyebar di media sosial ini. Sayangnya, banyak orang di Indonesia yang masih sangat mudah mempercayai sebuah informasi tanpa memverifikasi informasi tersebut. Salah satu faktornya adalah kurangnya kesadaran dalam memilah sebuah informasi mana yang baik dan mana yang kurang baik. Di masa pandemi ini, sangat banyak berita hoax yang bertujuan untuk menyesatkan masyarakat Indonesia. Hal ini dikarenakan pembuat berita hoax ingin mencari keuntungan di masa pandemi ini dengan cara menyebarkan berita palsu yang dipertanyakan keasliannya. Berita *Hoax* ini sangat meresahkan masyarakat mengingat perlunya untuk mencari berita-berita yang valid terutama di masa pandemi ini (Adhiarso D.S dkk, 2017).

Adapun dampak dari *hoax* mengenai Covid-19 adalah orang-orang banyak yang menganggap remeh Covid-19. Selain itu, banyak pula masyarakat yang tidak memperdulikan anjuran dari pemerintah untuk menekan penyebaran Covid-19. Pemerintah telah mengupayakan untuk mengupayakan untuk menekan penyebaran *hoax* salah satunya adalah memberikan sanksi bagi para penyebar *hoax*. Hal ini diatur dalam Undang-Undang Informasi dan Transaksi Elektronik (UU ITE) dalam pasal 28 ayat 1 yang berbunyi “Setiap orang dengan sengaja, dan tanpa hak menyebarkan berita bohong dan menyesatkan yang mengakibatkan kerugian konsumen dalam Transaksi Elektronik yang Dapat diancam pidana berdasarkan Pasal 45A ayat (1) UU 19/2016, yaitu dipidana dengan pidana penjara paling lama 6 (enam) tahun dan/atau denda paling banyak Rp 1 miliar” Selain itu, kita perlu juga memberikan edukasi mengenai Covid-19 agar masyarakat paham dan tidak membaca berita yang salah mengenai Covid-19.

Oleh karena itu, penulis akan membuat sebuah penelitian mengenai penerapan kontrol optimal dalam penyebaran *hoax* mengenai Covid-19. Adapun untuk kontrolnya adalah pemberian edukasi dan pemberian kebijakan dari pemerintah untuk penyebaran *Hoax*. Oleh karena itu dibuatlah penelitian ini dengan tujuan sebagai berikut:

1. Menyusun model kendali optimal penyebaran *hoax* pada masa pandemi Covid-19.
2. Menginterpretasi hasil simulasi numerik dalam model matematika penyebaran *hoax* pada masa pandemi Covid-19.

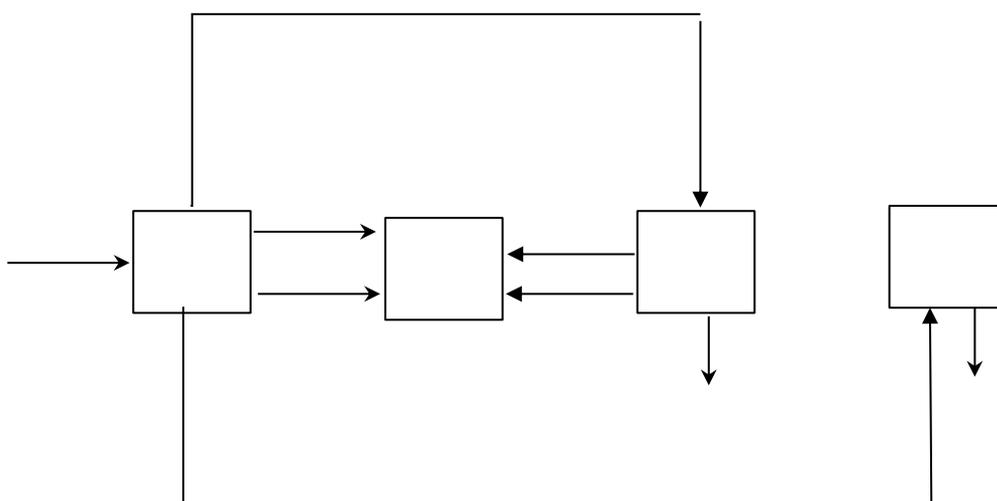
2. Metode

Model penyebaran *hoax* COVID-19 dibentuk menggunakan model SEHP (*Susceptible, Educated, Hold, Propaganda*) untuk memodelkan penyebaran *hoax*. Dalam paper ini akan memodelkan masalah penyebaran penyakit COVID-19. Mengingat banyak faktor seseorang dapat menyebarkan *hoax* COVID-19 maka diperlukan beberapa asumsi untuk menyederhanakan masalah. Berikut asumsi-asumsi yang dipergunakan untuk memodelkan masalah penyebaran *hoax* COVID-19 sebagai berikut:

1. Populasi dalam sistem dibagi menjadi empat yaitu *Susceptible (S)*, *Educated (E)*, *Hold (H)*, dan *Propaganda (P)*.
2. Untuk subpopulasi *susceptible* berisi individu yang baru memulai mencari informasi terkait covid-19 dan rentan terhadap informasi *hoax*. Ada beberapa faktor yang mempengaruhi pada subpopulasi *susceptible* antara lain :

- Adanya individu yang mulai mencari informasi terkait covid-19.
 - Individu yang rentan dapat mengalami penurunan dikarenakan berinteraksi dengan individu yang telah teredukasi.
 - Adapun individu yang telah memiliki kesadaran sendiri dalam memilah informasi mengenai covid-19.
 - Adanya individu yang tidak cermat memilah informasi yang benar.
 - Individu yang telah dihasut oleh para penyebar *hoax* untuk membuat *hoax* dengan mengharapkan keuntungan.
3. Untuk subpopulasi *educated* berisi individu yang telah teredukasi maupun individu yang telah mendapatkan informasi yang valid. Ada beberapa faktor yang mempengaruhi pada subpopulasi *educated* antara lain :
 - Individu yang teredukasi akan bertambah ketika individu telah memiliki kesadaran dalam mendapatkan informasi yang valid.
 - Individu yang teredukasi akan bertambah jika diberikan edukasi mengenai informasi yang benar.
 4. Untuk subpopulasi *hold* berisi individu penyebar *hoax* tanpa kepentingan. Ada beberapa faktor yang mempengaruhi subpopulasi *hold* antara lain :
 - Individu para penyebar *hoax* tanpa kepentingan akan berkurang diakibatkan mereka memiliki kesadaran sendiri untuk mencari informasi yang valid dan berhenti menyebarkan *hoax*.
 - Individu para penyebar *hoax* tanpa kepentingan akan berkurang diakibatkan telah teredukasi dengan para individu yang telah teredukasi.
 - Individu para penyebar *hoax* tanpa kepentingan akan berkurang diakibatkan diberikan sanksi oleh pemerintah
 5. Untuk subpopulasi *propaganda* berisi individu penyebar *hoax* dengan kepentingan. Ada beberapa faktor yang mempengaruhi subpopulasi *propaganda* antara lain :
 - Individu para penyebar *hoax* dengan kepentingan akan bertambah diakibatkan dari masyarakat rentan menyebarkan *hoax* dengan maksud tertentu
 - Individu para penyebar *hoax* dengan kepentingan akan berkurang diakibatkan mendapatkan sanksi dari pemerintah

Berdasarkan asumsi-asumsi diatas maka dapat disusun diagram kompartemen model penyebaran *hoax* sebagai berikut :



Dalam diagram kompartemen pada Gambar 1 diatas kita dapat mekonstruksi model penyebaran *hoax* covid-19 sebagai berikut :

$$\frac{dS}{dt} = A - aS - u_1ES - bS - cPS, \quad (1)$$

$$\frac{dE}{dt} = aS + u_1ES + u_1EH + dH, \quad (2)$$

$$\frac{dH}{dt} = bS - u_1EH - u_2eH - dH, \quad (3)$$

$$\frac{dP}{dt} = cPS - u_2eP. \quad (4)$$

dengan keterangan variabel sebagai berikut

- A : Tingkat penambah individu ke dalam subpopulasi rentan,
 a : Tingkatan subpopulasi S yang memiliki kesadaran mencari informasi valid,
 b : Tingkat ketidakpedulian masyarakat terhadap sumber berita,
 c : Tingkat ketidakpedulian masyarakat yang paham dengan penyebaran *hoax*,
 d : Tingkatan subpopulasi H yang memiliki kesadaran mencari informasi valid,
 e : Tidak tegas terhadap penyebaran *hoax*.

Setelah didapatkan model maka dilanjutkan dengan menyelesaikan permasalahan kendali optimal. Adapun penyelesaian masalah kendali optimal menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin. Prinsip Minimum Pontryagin adalah suatu kondisi sehingga dapat diperoleh penyelesaian optimal kontrol yang sesuai dengan fungsi tujuan yaitu meminimumkan fungsi tujuan. Masalah kontrol optimal dengan model matematika diformulasikan dengan tujuan mencari kontrol (u) agar mampu mengoptimalkan fungsi tujuan yaitu meminimalkan para penyebar *hoax* COVID-19.

Formulasi model pada sistem dapat dioptimalkan sebagai berikut

$$\begin{aligned} f(S(t), E(t), H(t), P(t), u_1(t), u_2(t), t) &= [f_1, f_2, f_3, f_4] \\ f_1 &= A - aS - u_1ES - bS - cPS, \\ f_2 &= aS + u_1ES + u_1EH + dH, \\ f_3 &= bS - u_1EH - u_2eH - dH, \\ f_4 &= cPS - u_2eP \end{aligned} \quad (5)$$

dengan fungsi tujuan yaitu:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} (C_1 H^2(t) + C_2 P^2(t) + C_3 u_1^2(t) + C_4 u_2^2(t)) dt \quad (6)$$

dan memiliki kondisi batas yaitu:

$$\begin{aligned} X(t_0) &= X_0 \\ X(t_f) &= X_f \text{ batas} \end{aligned} \quad (7)$$

dari persamaan (5) diperoleh untuk mencari fungsi tujuan $V(S(t), I(t), R(t), u(t))$

$$\begin{aligned} V(S(t), E(t), H(t), P(t), u_1(t), u_2(t), t) &= V(H(t), P(t), u_1(t), u_2(t)) \\ &= \frac{1}{2} [C_1 H^2(t) + C_2 P^2(t) + C_3 u_1^2(t) + C_4 u_2^2(t)] \end{aligned} \quad (8)$$

Setelah itu dilakukan penyelesaian menggunakan *Forward Backward Sweep Method Runge Kutta orde 4*. Metode Runge-Kutta merupakan metode satu langkah yang memberikan ketelitian hasil yang lebih besar dan tidak memerlukan turunan dari fungsi. Metode yang akan digunakan pada penelitian yaitu *Forward Backward Sweep Method Runge Kutta orde 4*. Untuk menyelesaikan persamaan, diketahui terlebih dahulu nilai awalnya dengan *forward step*, kemudian menyelesaikan persamaan, diketahui nilai akhirnya dengan *backward step*. Secara sistematis dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dx_i(t)}{dt} &= f(t, x_i(t), u_i(t)), x_i(t_0) = a \\ \frac{d\lambda_i(t)}{dt} &= f(t, \lambda_i(t), u_i(t)), \lambda_i(t_f) = b\end{aligned}\quad (9)$$

$$t_0 \leq t \leq t_f$$

Dimana t_0 adalah waktu awal sedangkan t_f adalah waktu akhir

Integrasi dari persamaan (8) dengan menggunakan Runge Kutta orde 4 sebagai berikut:

- *Forward Step*

$$x_{i,n+1} = x_{i,n}(t) + \frac{1}{6}(k_{1,x_i} + 2k_{2,x_i} + 2k_{3,x_i} + k_{4,x_i})h \quad (10)$$

- *Backward Step*

$$\lambda_{i,n-1} = \lambda_{2,i,n}(t) + \frac{1}{6}(k_{1,\lambda_i} + 2k_{2,\lambda_i} + 2k_{3,\lambda_i} + k_{4,\lambda_i})h \quad (11)$$

3. Hasil dan Pembahasan

- Penyelesaian kendali optimal

Langkah untuk menyelesaikan kontrol optimal sebagai berikut:

Step 1 : Formulasi Fungsi Hamilton

$$\begin{aligned}H &= H(S(t), E(t), H(t), P(t), u_1(t), u_2(t), \lambda_1(t), \lambda_2(t), \lambda_3(t), \lambda_4(t)) \\ &= H(S(t), E(t), H(t), P(t), u_1(t), u_2(t), \lambda(t))f(S(t), E(t), H(t), P(t), u_1(t), u_2(t)) \\ &= \frac{1}{2}[C_1H^2(t) + C_2P^2(t) + C_3u_1^2(t) + C_4u_2^2(t)] \\ &\quad + \lambda_S(A - aS - u_1ES - bS - cPS) \\ &\quad + \lambda_E(aS + u_1ES + u_1EH + dH) + \lambda_H(bS - u_1EH - u_2eH - dH) \\ &\quad + \lambda_P(cPS - u_2eP)\end{aligned}$$

Step 2 : Formulasi $u^*(t)$

$$\begin{aligned}\frac{\partial H}{\partial u_1} &= 0 \rightarrow C_3u_1 - \lambda_S ES + \lambda_E ES + \lambda_E EH - \lambda_H EH = 0 \\ u_1(t) &= \frac{\lambda_S ES - \lambda_E ES - \lambda_E EH + \lambda_H EH}{C_3} \\ \frac{\partial H}{\partial u_2} &= 0 \rightarrow C_4u_2 - \lambda_H eH - \lambda_P eP = 0, \\ u_2(t) &= \frac{\lambda_H eH + \lambda_P eP}{C_4}\end{aligned}$$

Step 3 : Persamaan Costate dan State

$$\begin{aligned}S^*(t) &= + \left(\frac{\partial H}{\partial \lambda_S} \right) \\ &= A - aS - u_1ES - bS - cPS \\ E^*(t) &= + \left(\frac{\partial H}{\partial \lambda_E} \right) \\ &= aS + u_1ES + u_1EH + dH \\ H^*(t) &= + \left(\frac{\partial H}{\partial \lambda_H} \right) \\ &= bS - u_1EH - u_2eH - dH \\ P^*(t) &= + \left(\frac{\partial H}{\partial \lambda_P} \right) \\ &= cPS - u_2eP\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_1^*(t) &= -\left(\frac{\partial H}{\partial S}\right) \\
&= \lambda_S a + \lambda_S u_1 E + \lambda_S b + \lambda_S c P - \lambda_E a - \lambda_E u_1 E - \lambda_H b + \lambda_P c P. \\
\lambda_2^*(t) &= -\left(\frac{\partial H}{\partial E}\right) \\
&= \lambda_S u_1 S - \lambda_E u_1 S - \lambda_E u_1 H + \lambda_E u_1 H. \\
\lambda_3^*(t) &= -\left(\frac{\partial H}{\partial H}\right) \\
&= -\lambda_E u_1 E - \lambda_E d + \lambda_H u_1 E + \lambda_H u_2 e + \lambda_H d. \\
\lambda_4^*(t) &= -\left(\frac{\partial H}{\partial P}\right) \\
&= -\lambda_S c S + \lambda_P u_2 e.
\end{aligned}$$

- Penyelesaian Numerik

Penyelesaian kondisi optimal persamaan *costate* dan *state* pada penelitian ini menggunakan metode *Forward Backward Sweep Method Runge Kutta orde 4*

- *Forward Step*

$$\begin{aligned}
k_{11} &= A - aS - u_1 ES - bS - cPS \\
k_{12} &= aS + u_1 ES + u_1 EH + dH \\
k_{13} &= bS - u_1 EH - u_2 eH - dH \\
k_{14} &= cPS - u_2 eP.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_{21} &= A - a\left(S_n + \frac{hk_{11}}{2}\right) \\
&\quad - \left(\frac{u_{1n} + u_{1n+1}}{2}\right)\left(E_n + \frac{hk_{12}}{2}\right)\left(S_n + \frac{hk_{11}}{2}\right) \\
&\quad - b\left(S_n + \frac{hk_{11}}{2}\right) - c\left(P_n + \frac{hk_{14}}{2}\right)\left(S_n + \frac{hk_{11}}{2}\right), \\
k_{22} &= a\left(S_n + \frac{hk_{11}}{2}\right) + \left(\frac{u_{1n} + u_{1n+1}}{2}\right)\left(E_n + \frac{hk_{12}}{2}\right)\left(S_n + \frac{hk_{11}}{2}\right), \\
&\quad + \left(\frac{u_{1n} + u_{1n+1}}{2}\right)\left(E_n + \frac{hk_{12}}{2}\right)\left(H_n + \frac{hk_{13}}{2}\right) \\
&\quad + d\left(H_n + \frac{hk_{13}}{2}\right), \\
k_{23} &= b\left(S_n + \frac{hk_{11}}{2}\right) - \left(\frac{u_{1n} + u_{1n+1}}{2}\right)\left(E_n + \frac{hk_{12}}{2}\right)\left(H_n + \frac{hk_{13}}{2}\right) \\
&\quad - \left(\frac{u_{2n} + u_{2n+1}}{2}\right)e\left(H_n + \frac{hk_{13}}{2}\right) - d\left(H_n + \frac{hk_{13}}{2}\right), \\
k_{24} &= c\left(P_n + \frac{hk_{14}}{2}\right)\left(S_n + \frac{hk_{11}}{2}\right) \\
&\quad - \left(\frac{u_{2n} + u_{2n+1}}{2}\right)\left(P_n + \frac{hk_{14}}{2}\right)e.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_{31} &= A - a\left(S_n + \frac{hk_{21}}{2}\right) \\
&\quad - \left(\frac{u_{1n} + u_{1n+1}}{2}\right)\left(E_n + \frac{hk_{22}}{2}\right)\left(S_n + \frac{hk_{21}}{2}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_{32} &= -b\left(S_n + \frac{hk_{21}}{2}\right) - c\left(P_n + \frac{hk_{24}}{2}\right)\left(S_n + \frac{hk_{21}}{2}\right), \\
& a\left(S_n + \frac{hk_{11}}{2}\right) + \left(\frac{u_{1n} + u_{1n+1}}{2}\right)\left(E_n + \frac{hk_{12}}{2}\right)\left(S_n + \frac{hk_{11}}{2}\right) \\
& + \left(\frac{u_{1n} + u_{1n+1}}{2}\right)\left(E_n + \frac{hk_{22}}{2}\right)\left(H_n + \frac{hk_{23}}{2}\right) \\
& + d\left(H_n + \frac{hk_{23}}{2}\right), \\
k_{33} &= b\left(S_n + \frac{hk_{21}}{2}\right) - \left(\frac{u_{1n} + u_{1n+1}}{2}\right)\left(E_n + \frac{hk_{22}}{2}\right)\left(H_n + \frac{hk_{23}}{2}\right) \\
& - \left(\frac{u_{2n} + u_{2n+1}}{2}\right)e\left(H_n + \frac{hk_{23}}{2}\right) - d\left(H_n + \frac{hk_{23}}{2}\right), \\
k_{34} &= c\left(P_n + \frac{hk_{24}}{2}\right)\left(S_n + \frac{hk_{21}}{2}\right) \\
& - \left(\frac{u_{2n} + u_{2n+1}}{2}\right)\left(P_n + \frac{hk_{24}}{2}\right)e. \\
k_{41} &= A - a(S_n + hk_{31}) - u_{1n+1}(E_n + hk_{32})(S_n + hk_{31}) \\
& - b(S_n + hk_{31}) \\
& - c(P_n + hk_{34})(S_n + hk_{31}), \\
k_{42} &= a(S_n + hk_{31}) + u_{1n+1}(E_n + hk_{32})(S_n + hk_{31}) \\
& + u_1(E_n + hk_{32})(H_n + hk_{33}) + d(H_n + hk_{33}), \\
k_{43} &= b(S_n + hk_{31}) - u_{1n+1}(E_n + hk_{32})(H_n + hk_{33}) \\
& - u_{2n+1}e(H_n + hk_{33}) - d(H_n + hk_{33}), \\
k_{44} &= c(P_n + hk_{34})(S_n + hk_{31}) - u_{2n+1}(P_n + hk_{34})e.
\end{aligned}$$

Didapat hasil dikritisasi sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
S_{n+1} &= S_n + \frac{1}{6}(k_{11} + 2k_{21} + 2k_{31} + k_{41}), \\
E_{n+1} &= E_n + \frac{1}{6}(k_{12} + 2k_{22} + 2k_{32} + k_{42}), \\
H_{n+1} &= H_n + \frac{1}{6}(k_{13} + 2k_{23} + 2k_{33} + k_{43}), \\
P_{n+1} &= P_n + \frac{1}{6}(k_{14} + 2k_{24} + 2k_{34} + k_{44}).
\end{aligned}$$

- *Backward Step*

$$\begin{aligned}
k_{51} &= \lambda_S a + \lambda_S u_1 E + \lambda_S b + \lambda_S c P - \lambda_E a - \lambda_E u_1 E - \lambda_H b + \lambda_P c P \\
k_{52} &= \lambda_S u_1 S - \lambda_E u_1 S - \lambda_E u_1 H + \lambda_H u_1 H \\
k_{53} &= -\lambda_E u_1 E - \lambda_E d + \lambda_H u_1 E + \lambda_H u_2 e + \lambda_H d \\
k_{54} &= -\lambda_S c S + \lambda_P u_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_{61} &= \left(\lambda_{S_n} - \frac{hk_{51}}{2}\right)a + \left(\lambda_{S_n} - \frac{hk_{51}}{2}\right)\left(\frac{u_{1n} + u_{1n+1}}{2}\right)\left(\frac{E_n + E_{n+1}}{2}\right) \\
& + \left(\lambda_{S_n} - \frac{hk_{51}}{2}\right)b + \left(\lambda_{S_n} - \frac{hk_{51}}{2}\right)c\left(\frac{P_n + P_{n+1}}{2}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\left(\lambda_{E_n} - \frac{hk_{52}}{2}\right) a \\
& \quad - \left(\lambda_{E_n} - \frac{hk_{52}}{2}\right) \left(\frac{u_{1n} + u_{1n+1}}{2}\right) \left(\frac{E_n + E_{n+1}}{2}\right) \\
k_{62} = & -\left(\lambda_{H_n} - \frac{hk_{53}}{2}\right) b + \left(\lambda_{P_n} - \frac{hk_{54}}{2}\right) c \left(\frac{P_n + P_{n+1}}{2}\right) \\
& \quad \left(\lambda_{S_n} - \frac{hk_{51}}{2}\right) \left(\frac{u_{1n} + u_{1n+1}}{2}\right) \left(\frac{S_n + S_{n+1}}{2}\right) \\
& \quad - \left(\lambda_{E_n} - \frac{hk_{52}}{2}\right) \left(\frac{u_{1n} + u_{1n+1}}{2}\right) \left(\frac{S_n + S_{n+1}}{2}\right) \\
& \quad - \left(\lambda_{E_n} - \frac{hk_{52}}{2}\right) \left(\frac{u_{1n} + u_{1n+1}}{2}\right) \left(\frac{H_n + H_{n+1}}{2}\right) \\
& \quad \quad + \lambda_H \left(\frac{u_{1n} + u_{1n+1}}{2}\right) \left(\frac{H_n + H_{n+1}}{2}\right) \\
k_{63} = & \quad \left(-\lambda_{E_n} - \frac{hk_{52}}{2}\right) \left(\frac{u_{1n} + u_{1n+1}}{2}\right) \left(\frac{E_n + E_{n+1}}{2}\right) \\
& \quad - \left(\lambda_{E_n} - \frac{hk_{52}}{2}\right) d \\
& \quad + \left(\lambda_{H_n} - \frac{hk_{53}}{2}\right) \left(\frac{u_{1n} + u_{1n+1}}{2}\right) \left(\frac{E_n + E_{n+1}}{2}\right) \\
& \quad + \left(\lambda_{H_n} - \frac{hk_{53}}{2}\right) \left(\frac{u_{2n} + u_{2n+1}}{2}\right) e + \left(\lambda_{H_n} - \frac{hk_{53}}{2}\right) d \\
& \quad \left(-\lambda_{S_n} - \frac{hk_{51}}{2}\right) c \left(\frac{S_n + S_{n+1}}{2}\right) \\
k_{64} = & \quad + \left(\lambda_{P_n} - \frac{hk_{54}}{2}\right) \left(\frac{u_{2n} + u_{2n+1}}{2}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_{71} = & \left(\lambda_{S_n} - \frac{hk_{61}}{2}\right) a + \left(\lambda_{S_n} - \frac{hk_{61}}{2}\right) \left(\frac{u_{1n} + u_{1n+1}}{2}\right) \left(\frac{E_n + E_{n+1}}{2}\right) \\
& + \left(\lambda_{S_n} - \frac{hk_{61}}{2}\right) b + \left(\lambda_{S_n} - \frac{hk_{61}}{2}\right) c \left(\frac{P_n + P_{n+1}}{2}\right) \\
& - \left(\lambda_{E_n} - \frac{hk_{62}}{2}\right) a \\
& \quad - \left(\lambda_{E_n} - \frac{hk_{62}}{2}\right) \left(\frac{u_{1n} + u_{1n+1}}{2}\right) \left(\frac{E_n + E_{n+1}}{2}\right) \\
& - \left(\lambda_{H_n} - \frac{hk_{63}}{2}\right) b + \left(\lambda_{P_n} - \frac{hk_{64}}{2}\right) c \left(\frac{P_n + P_{n+1}}{2}\right) \\
k_{72} = & \quad \left(\lambda_{S_n} - \frac{hk_{61}}{2}\right) \left(\frac{u_{1n} + u_{1n+1}}{2}\right) \left(\frac{S_n + S_{n+1}}{2}\right) \\
& \quad - \left(\lambda_{E_n} - \frac{hk_{62}}{2}\right) \left(\frac{u_{1n} + u_{1n+1}}{2}\right) \left(\frac{S_n + S_{n+1}}{2}\right) \\
& \quad - \left(\lambda_{E_n} - \frac{hk_{62}}{2}\right) \left(\frac{u_{1n} + u_{1n+1}}{2}\right) \left(\frac{H_n + H_{n+1}}{2}\right) \\
& \quad - \left(\lambda_{H_n} - \frac{hk_{63}}{2}\right) \left(\frac{u_{1n} + u_{1n+1}}{2}\right) \left(\frac{H_n + H_{n+1}}{2}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 k_{73} &= \left(-\lambda_{E_n} - \frac{hk_{62}}{2}\right) \left(\frac{u_{1n} + u_{1n+1}}{2}\right) \left(\frac{E_n + E_{n+1}}{2}\right) \\
 &\quad - \left(\lambda_{E_n} - \frac{hk_{62}}{2}\right) d \\
 &\quad + \left(\lambda_{H_n} - \frac{hk_{63}}{2}\right) \left(\frac{u_{1n} + u_{1n+1}}{2}\right) \left(\frac{E_n + E_{n+1}}{2}\right) \\
 &\quad + \left(\lambda_{H_n} - \frac{hk_{63}}{2}\right) \left(\frac{u_{2n} + u_{2n+1}}{2}\right) e + \left(\lambda_{H_n} - \frac{hk_{63}}{2}\right) d \\
 k_{74} &= \left(-\lambda_{S_n} - \frac{hk_{61}}{2}\right) c \left(\frac{S_n + S_{n+1}}{2}\right) \\
 &\quad + \left(\lambda_{P_n} - \frac{hk_{64}}{2}\right) \left(\frac{u_{2n} + u_{2n+1}}{2}\right) e \\
 k_{81} &= (\lambda_s - hk_{71})a + (\lambda_s - hk_{71})u_{1n+1}E_{n+1} + (\lambda_s - hk_{71})b \\
 &\quad + (\lambda_s - hk_{71})cP_{n+1} - (\lambda_E - hk_{72})a - (\lambda_E \\
 &\quad \quad - hk_{72})u_{1n+1}E_{n+1} \\
 &\quad - (\lambda_H - hk_{73})b + (\lambda_P - hk_{73})cP_{n+1} \\
 k_{82} &= (\lambda_s - hk_{71})u_{1n+1}S_{n+1} - (\lambda_E - hk_{72})u_{1n+1}S_{n+1} \\
 &\quad - (\lambda_E - hk_{72})u_{1n+1}H_{n+1} - (\lambda_H - hk_{73})u_{1n+1}H_{n+1} \\
 k_{83} &= (-\lambda_E - hk_{72})u_{1n+1}E_{n+1} - (\lambda_E - hk_{72})d + (\lambda_H \\
 &\quad \quad - hk_{73})u_{1n+1}E_{n+1} \\
 &\quad + (\lambda_H - hk_{73})u_{2n+1}e + (\lambda_H - hk_{73})d \\
 k_{84} &= -(\lambda_s - hk_{71})cS_{n+1} + (\lambda_P - hk_{74})u_{2n+1}e
 \end{aligned}$$

Didapat hasil dikritisasi sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \lambda_{S_{n-1}} &= \lambda_{S_n} - \frac{1}{6}(k_{51} + 2k_{61} + 2k_{71} + k_{81}), \\
 \lambda_{E_{n-1}} &= \lambda_{E_n} - \frac{1}{6}(k_{52} + 2k_{62} + 2k_{72} + k_{82}), \\
 \lambda_{H_{n-1}} &= \lambda_{H_n} - \frac{1}{6}(k_{53} + 2k_{63} + 2k_{73} + k_{83}), \\
 \lambda_{P_{n-1}} &= \lambda_{P_n} - \frac{1}{6}(k_{54} + 2k_{64} + 2k_{74} + k_{84})
 \end{aligned}$$

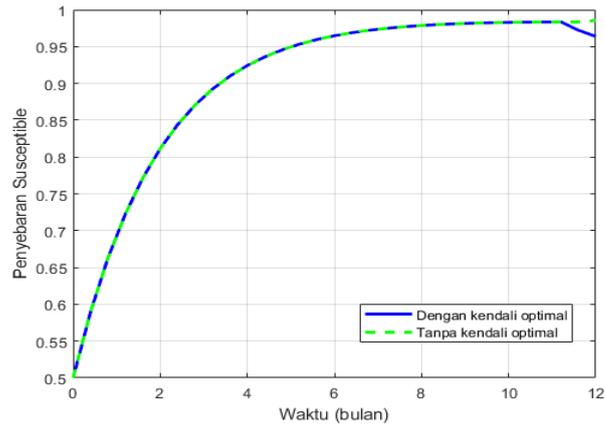
- Simulasi Numerik

Akan dilakukan simulasi menggunakan metode *Forward Backward Sweep Method Runge Kutta orde 4* dengan nilai parameter sebagai berikut:

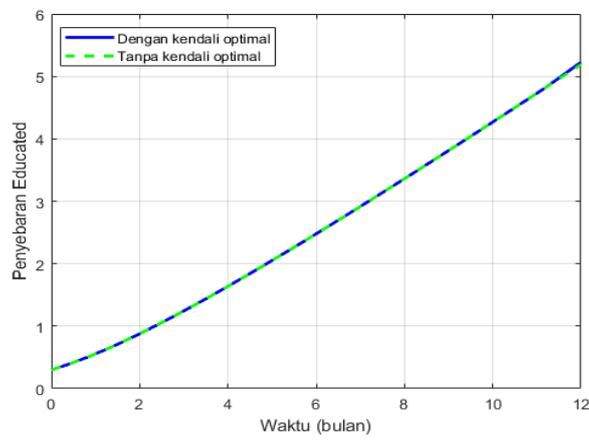
Tabel 1. Nilai Variabel

Variabel	Nilai	Variabel	Nilai
$S(0)$	0,5	c	0,05
$E(0)$	0,3	d	0,11
$H(0)$	0,1	e	0,8
$P(0)$	0,1	C_1	1
A	0,5	C_2	1
a	0,4	C_3	1
b	0,1	C_4	1

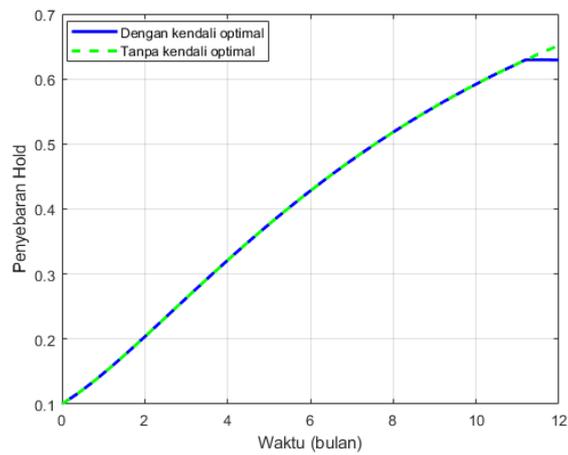
Sehingga didapatkan grafik setelah dilakukan simulasi sebagai berikut:



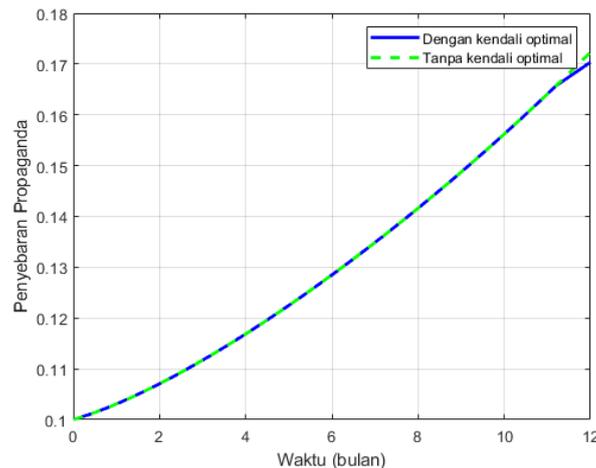
Gambar 1 Laju Perubahan *susceptible* (S)



Gambar 2 Laju Perubahan *Educated* (E)



Gambar 3 Laju Perubahan *Holder* (H)



Gambar 4 Laju Perubahan *Propaganda (P)*

Pada grafik laju perubahan subpopulasi *susceptible* yang ditunjukkan pada gambar 2, subpopulasi *susceptible* dengan kendali optimal mengalami penurunan di $t = 11$ diakibatkan adanya nilai kendali optimal berupa edukasi (u_1). Adapun perubahan dari nilai laju perubahan subpopulasi *susceptible* dengan kendali optimal disebabkan oleh subpopulasi rentan telah diberikan edukasi oleh karena itu mereka berpindah dari subpopulasi rentan ke subpopulasi tereduksi.

Pada grafik laju perubahan subpopulasi *educated* yang ditunjukkan pada gambar 3, subpopulasi *educated* mengalami kenaikan dikarenakan subpopulasi tereduksi menerima individu-individu dari subpopulasi rentan dan subpopulasi penyebar *hoax* tanpa kepentingan, yang telah tereduksi maupun dengan kesadarannya sendiri (dH). Adapun pada waktu $t = 11$ subpopulasi tereduksi dengan kendali optimal mengalami pertumbuhan yang lebih cepat dibanding tanpa kendali optimal. Hal ini disebabkan karena terdapat kendali berupa edukasi.

Pada grafik laju perubahan subpopulasi *hold* yang ditunjukkan pada gambar 4, subpopulasi *hold* dengan kendali optimal mengalami penurunan nilai dikarenakan banyaknya subpopulasi yang mulai tereduksi dan adanya kebijakan tegas dari pemerintah dalam mengatasi penyebaran *hoax*. Setelah itu, adanya faktor kesadaran dari penyebar *hoax* tanpa kepentingan (d) mengakibatkan subpopulasi ini menurun. Subpopulasi penyebar *hoax* tanpa kepentingan dengan kendali optimal tidak mengalami penambahan populasi pada $t = 11$. Hal ini disebabkan oleh adanya kendali optimal berupa edukasi dan kebijakan pemerintah.

Pada grafik laju perubahan subpopulasi *propaganda* yang ditunjukkan pada gambar 5, subpopulasi *propaganda* dengan kendali optimal mengalami penurunan namun tidak signifikan. Hal ini dikarenakan mereka hanya dapat berkurang jika adanya kebijakan tegas dari pemerintah dalam penyebaran *hoax* (u_2). Subpopulasi ini juga dapat bertambah seiring dengan banyaknya orang yang melihat peluang yang ada dalam menyebarkan *hoax*.

4. Kesimpulan

Adapun kesimpulan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Model penyebaran *hoax* dengan pemberian kendali optimal berupa edukasi dan kebijakan pemerintah dapat dilihat pada persamaan (1) – (4). Selanjutnya, dengan menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin diperoleh persamaan kendali optimal yaitu u_1 dan u_2
2. Pada subpopulasi masyarakat rentan grafik terus menaik hingga waktu tertentu sebelum diberikan kendali optimal berupa edukasi. Pada subpopulasi tereduksi akan terus bertambah seiring dengan berjalannya waktu dan edukasi yang terus diberikan terhadap orang-orang yang belum mengetahui informasi yang valid. Pada penyebar *hoax* tanpa kepentingan didapatkan bahwa subpopulasi H dapat ditekan apabila mereka diberikan edukasi (u_1), kebijakan pemerintah (u_2) maupun faktor dari kesadaran mereka sendiri. Pada subpopulasi penyebar *hoax* dengan kepentingan mereka harus diberikan sanksi yang tegas dari pemerintah agar subpopulasi mereka berkurang.

- Ucapan Terimakasih

Penulis mengucapkan terimakasih kepada Ibu Irma Fitria, S.Si., M.Si dan Ibu Kartika Nugraheni S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing dalam penelitian ini dan juga kepada semua pihak yang telah mendukung penelitian ini. Semoga penelitian ini dapat bermanfaat bagi yang membaca.

- Referensi

- Adhiarso, D. S., & Utari, P. (n.d.). *Pemberitaan Hoax di Media Online Ditinjau dari Konstruksi Berita dan Respon Netizen*. 2, 215–225.
- Burden, R.L. dan Faires, J.D. (2011), *Numerical Analysis Ninth Edition*, Brooks/Cole Cengage Learning, Canada.
- Dhar, J., Jain, A., & Gupta, V. K. (2016), A mathematical model of news propagation on online social network and a control strategy for rumor spreading. *Social Network Analysis and Mining*, 6(1), 57.
- Hidayat, T., & Rudianto, B. (2018). APLIKASI PRINSIP MAKSIMUM PONTRYAGIN DAN METODE RUNGE-KUTTA DALAM MASALAH KONTROL OPTIMAL. *Jurnal Matematika UNAND*, 7(2).
- Hosni, A. I. E., Li, K., & Ahmad, S. (2020). Analysis of the impact of online social networks addiction on the propagation of rumors. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 542, 123456.
- Huda, A. F., Wulan, E. R., Ilahi, F., & Khumaeroh, M. S. (2020). Analisis pengaruh social distancing pada transmisi covid-19 dengan menggunakan model SIR.
- Jain, A., Dhar, J., & Gupta, V. K. (2019). Optimal Control of Rumor Spreading Model on Homogeneous Social Network with Consideration of Influence Delay of Thinkers. *Differential Equations and Dynamical Systems*, 1-22.
- Juliswara, V. (2017). Mengembangkan model literasi media yang berkebhinnekaan dalam menganalisis informasi berita palsu (hoax) di media sosial. *Jurnal Pemikiran Sosiologi*, 4(2), 142-164.
- Lenhart, S., & Workman, J. T. (2007). *Optimal control applied to biological models*. Chapman and Hall/CRC.
- Naidu, D. S. (2002). *Optimal control systems*. CRC press.
- Ningsih, W., Sumardi, S., Riskiyah, I. R., & Arystianto, D. P. (February 2020). Kendali Optimal Model Matematika Penyebaran Rumor pada Jaringan Sosial Daring dengan Pemberian Pernyataan Balasan. In *Prosiding SI MaNIs (Seminar Nasional Integrasi Matematika dan Nilai-Nilai Islami)* (Vol. 3, No. 1, pp. 017-027).
- Nur, W., & Darmawati, D. (2020). Model Matematika Penyebaran Hoax COVID-19. *Journal of Mathematics Theory and Application*, 2(1), 11-15.
- Rahadi, D. R. (2017). Perilaku pengguna dan informasi hoax di media sosial. *Jurnal Manajemen dan Kewirausahaan*, 5(1), 58-70.
- Utari, S. (2018). "STRATEGI PERPUSTAKAAN PERGURUAN TINGGI DALAM MENINGKATKAN MINAT BACA SEBAGAI UPAYA MENGANTISIPASI HOAX (STUDI KASUS DI PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS SEBELAS MARET SURAKARTA)". *BACA: JURNAL DOKUMENTASI DAN INFORMASI*, 39(2), 219-227.
- WHO.int (2020). "<https://www.who.int/indonesia/news/novel-coronavirus/qa-for-public>" [diakses pada tanggal 22 Oktober 2020]