

## **Model Penyebaran Penyakit Tuberkulosis dengan Mempertimbangkan Faktor Gizi**

**Iciah Sukarsih<sup>1</sup>, Respitawulan<sup>1</sup>, Gani Gunawan<sup>1</sup>, Hilwa Gifty<sup>2</sup>, Gita Sarah<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Universitas Islam Bandung, Bandung. Email: [sukarsih@unisba.ac.id](mailto:sukarsih@unisba.ac.id), [respitawulan@unisba.ac.id](mailto:respitawulan@unisba.ac.id), [ganigunawan@unisba.ac.id](mailto:ganigunawan@unisba.ac.id)

<sup>2</sup> Undergraduate Student of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Universitas Islam Bandung, Bandung. Email: [10060219050@unisba.ac.id](mailto:10060219050@unisba.ac.id), [10060219024@unisba.ac.id](mailto:10060219024@unisba.ac.id)

### **Abstract**

Tuberculosis is an infectious disease caused by infection and potentially dangerous especially to the lungs. This disease is 1 out of 10 death causes caused by a bacterial infection called *Mycobacterium tuberculosis* with the medium of transmission through the air. This occurs when a person inhales bacteria from an infected person who is coughing, sneezing, talking, or spitting. In addition, nutritional status also affects the likelihood of contracting tuberculosis. Poor nutritional status affects the immune system, causing an increased risk of developing tuberculosis. This study developed a model of the spread of tuberculosis using the SIR model by considering nutritional status. The results of the model analysis at the disease-free equilibrium point are asymptotically stable if the transmission rate is smaller than the cure rate which is influenced by nutritional factors; where produces basic reproduction number,  $R_0 < 1$ . This shows that tuberculosis will gradually disappear. The simulation results show that nutritional status does not have a significant effect on the transmission of tuberculosis. Meanwhile, nutritional status is very influential in the healing of tuberculosis patients. The better the nutritional status of an infected person is, the faster recovery time is because the number of recoveries increases. Although a person's nutritional status can affect the recovery of tuberculosis patients, however, the most influential factor in the cure of tuberculosis is continuous and complete treatment. A continuous treatment process supported by a good nutritional status will accelerate healing. Contrarily, if the patient is not disciplined in the treatment process, even though it is supported by good nutritional status, the healing process will take longer.

**Keywords:** Tuberculosis, SIR Model, Nutritional Factors, Equilibrium Point Stability, Basic Reproduction Number.

### **Abstrak**

Tuberkulosis adalah penyakit menular yang disebabkan oleh infeksi dan berpotensi serius terutama pada organ paru-paru. Penyakit ini menjadi 1 dari 10 penyebab kematian yang disebabkan oleh infeksi bakteri yang bernama *Mycobacterium Tuberculosis* dengan media penularan melalui udara. Hal ini terjadi ketika seseorang tengah menghirup bakteri dari penderita yang sedang batuk, bersin, berbicara atau meludah. Selain itu, status gizi juga memengaruhi kemungkinan terkena penyakit tuberkulosis. Status gizi yang buruk mempengaruhi daya tahan tubuh sehingga menyebabkan meningkatnya risiko terserang penyakit tuberkulosis. Penelitian ini mengembangkan model penyebaran penyakit tuberkulosis menggunakan model SIR dengan mempertimbangkan status gizi. Hasil analisis model di titik kesetimbangan bebas penyakit bersifat stabil asimtotik jika laju penularan lebih kecil dari laju kesembuhannya yang dipengaruhi oleh faktor gizi, karena menghasilkan bilangan reproduksi dasar  $R_0 < 1$ . Hal ini menunjukkan bahwa penyakit tuberkulosis berangsur-angsur akan menghilang. Hasil simulasi menunjukkan bahwa status gizi tidak memberikan pengaruh yang signifikan terhadap penularan penyakit tuberkulosis. Sementara itu, status gizi sangat berpengaruh terhadap penyembuhan penderita tuberkulosis, semakin baik status gizi seseorang yang terinfeksi maka jumlah kesembuhannya semakin meningkat dan waktu penyembuhannya semakin cepat. Meskipun status gizi seseorang dapat mempengaruhi kesembuhan penderita tuberkulosis, akan tetapi faktor yang paling berpengaruh terhadap penyembuhan tuberkulosis adalah pengobatan yang disiplin dan tuntas. Dengan proses pengobatan yang disiplin dan ditunjang dengan status gizi yang baik, maka akan mempercepat proses kesembuhan. Sebaliknya jika penderita tidak disiplin dalam proses pengobatan, meskipun ditunjang dengan status gizi yang baik, maka proses penyembuhan akan lebih lama.

**Kata Kunci:** Tuberkulosis, Model SIR, Faktor Gizi, Kestabilan Titik Kesetimbangan, Bilangan Reproduksi Dasar.

### 1. Pendahuluan

Tuberkulosis merupakan suatu penyakit bakteri menular yang berpotensi serius dan penyakit yang disebabkan oleh bakteri. Penyakit ini sangat berbahaya dan berakibat fatal jika tidak diberi penanganan yang cepat dan tepat, karena penyakit ini tidak hanya menyerang pernapasan, tetapi juga organ dalam lainnya. Berdasarkan data *Global Tuberculosis Report* WHO 2020, dilaporkan bahwa estimasi jumlah orang terdiagnosis TBC tahun 2020 secara global sebanyak 10 juta kasus (WHO, 2020), sedangkan pada tahun 2022 menjadi 10.6 juta kasus atau naik sekitar 600.000 kasus dari tahun 2020 (World Health Organization, 2022). Dari kasus tersebut, tahun 2020 saja sebanyak 1.5 juta jiwa meninggal karena penyakit ini, dan jumlahnya meningkat menjadi 1.6 juta berdasarkan data pada tahun 2021 (World Health Organization, 2022). Sepanjang tahun 2020-2022 penyakit tuberkulosis merupakan peringkat teratas kedua penyebab kematian akibat penyakit menular setelah Covid-19 (World Health Organization, 2022). Merujuk pada *Global Tuberculosis Report* WHO tahun 2022, Indonesia menempati urutan kedua sebagai negara dengan penderita tuberkulosis terbanyak di dunia setelah negara India, dimana sebelumnya pada tahun 2020 Indonesia menempati urutan ketiga setelah India dan Tiongkok. Kasus TBC di Indonesia diperkirakan sebanyak 969.000 kasus (satu orang setiap 33 detik). Angka ini naik 17% dari tahun 2020, yaitu sebanyak 824.000 kasus. Angka kematian akibat TBC di Indonesia mencapai 150.000 kasus (satu orang setiap 4 menit), naik 60% dari tahun 2020 yaitu sebanyak 93.000 kasus kematian akibat TBC, dengan tingkat kematian sebesar 55 per 100.000 penduduk.

Salah satu faktor yang mempengaruhi penyakit tuberkulosis adalah status gizi (Faris Muaz, 2014). Status gizi adalah salah satu faktor penting dalam pertahanan tubuh terhadap infeksi tuberkulosis. Pada keadaan gizi yang buruk, maka reaksi kekebalan tubuh akan melemah sehingga kemampuan dalam mempertahankan diri terhadap infeksi menjadi menurun. Seseorang dengan status gizi “kurang”, memiliki resiko menderita tuberkulosis paru sebesar 2,5 kali dibandingkan dengan status gizi cukup (Yuniar & Lestari, 2017).

Beberapa penelitian tentang penyebaran penyakit Tuberkulosis juga pernah dilakukan, diantaranya dilakukan oleh (Inayah et al., 2020; Rafflesia, 2014, 2014; Roudhotillah & Chandra, 2021; Syam et al., 2021). Model penyebaran penyakit tuberkulosis menggunakan model SIR dengan menambahkan faktor penggunaan masker dibahas oleh (Inayah et al., 2020). Hasil penelitiannya menunjukkan bahwa individu terinfeksi menurun ketika penggunaan masker meningkat. Analisis kestabilan model penyebaran penyakit tuberkulosis dibahas dalam (Roudhotillah & Chandra, 2021) menggunakan Mseitr. Model penyebaran penyakit tuberkulosis dengan control vaksinasi juga telah dibahas dalam (Rafflesia, 2014). Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa pemberian vaksinasi terhadap individu yang rentan memberikan pengaruh terhadap penyebaran tuberkulosis, dimana hampir tidak ada penyebaran penyakit apabila individu yang rentan mendapatkan vaksin sesuai dosis. Sedangkan model penyebaran penyakit tuberkulosis menggunakan model SEIR dibahas dalam (Syam et al., 2021).

Dalam penelitian ini, penulis mempertimbangkan status gizi sebagai salah satu faktor penentu terjangkitnya Tuberkulosis menggunakan model matematika tipe SIR. Penelitian ini merupakan penelitian yang mengembangkan hasil dari penelitian sebelumnya. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk melihat pengaruh status gizi terhadap penyebaran penyakit tuberkulosis.

### 2. Metode

Metode yang digunakan pada penelitian ini adalah studi literatur atau kajian pustaka. Kajian Pustaka dilakukan dengan mempelajari dari berbagai referensi berupa buku, jurnal, dan artikel-artikel ilmiah mengenai tuberkulosis, status gizi, dan mempelajari model matematika tipe SIR. Data yang digunakan untuk simulasi adalah data sekunder yang diperoleh dari penelitian-penelitian sebelumnya. Langkah-langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut:

#### 1. Memodelkan masalah kedalam model SIR

Pada tahap ini dilakukan formulasi model penyebaran penyakit tuberkulosis dengan mempertimbangkan status gizi menggunakan model SIR (*Susceptible, Infected, Recovered*).

Model *Susceptible Infected Recovered* (SIR) merupakan salah satu model matematika yang ada *epidemiologi penyakit menular, model ini diperkenalkan oleh W.O. Kermack dan A.G. McKendrick pada tahun 1927 (Sifriyani & Rosadi, 2020).*

## 2. Menentukan titik kesetimbangan

Menentukan semua titik kesetimbangan dari model penyebaran penyakit Tuberkulosis dengan mempertimbangkan status gizi. Syarat yang harus dipenuhi dalam menentukan titik setimbang adalah turunan pertama sama dengan nol. Pada penelitian ini ada dua macam titik kesetimbangan yang ditentukan yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik.

## 3. Menentukan bilangan reproduksi dasar

Bilangan reproduksi dasar diperoleh dengan menentukan nilai eigen dari matriks jacobian bagian konstan suatu sistem persamaan yang dihitung pada titik kesetimbangan bebas penyakit.

## 4. Menganalisis kestabilan titik kesetimbangan

Pada tahap ini dilakukan analisis kestabilan dari model penyebaran penyakit Tuberkulosis dengan mempertimbangkan status gizi. Jenis kestabilan dari titik kesetimbangan dapat diketahui dari nilai-nilai eigen persamaan karakteristiknya. Oleh karena itu, terlebih dahulu dicari persamaan karakteristik dan nilai eigen dari matriks Jacobian.

## 5. Melakukan simulasi dan menginterpretasikan solusi model

Pada tahap ini dilakukan simulasi dengan menggunakan Software Maple.

### 3. Hasil dan Pembahasan

Penelitian ini membahas model SIR penyebaran penyakit Tuberkulosis dengan mempertimbangkan faktor gizi. Populasi dibagi menjadi tiga kelompok yakni kelompok individu yang rentan penyakit (*susceptible*), kelompok individu yang terinfeksi (*infected*), dan kelompok individu yang telah sembuh dan kebal dari penyakit (*recovered*).

#### 3.1. Formulasi Model

Penelitian ini hanya difokuskan untuk melihat pengaruh faktor gizi terhadap penyebaran penyakit tuberculosis. Oleh karena itu asumsi yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

- (1) Jumlah populasi diasumsikan cukup besar.
- (2) Jumlah kelahiran dengan jumlah kematian tiap satuan waktu diasumsikan sama, sehingga total populasi diasumsikan konstan.
- (3) Setiap individu yang baru lahir diasumsikan sehat, akan tetapi ada kemungkinan tertular atau terjangkit tuberkulosis jika status gizinya buruk.
- (4) Populasi diasumsikan bercampur secara homogen yang berarti setiap individu mempunyai kemungkinan yang sama dalam melakukan kontak dengan individu lainnya.
- (5) Individu yang terinfeksi penyakit tuberkulosis dapat disembuhkan melalui pengobatan dan dapat menimbulkan individu tersebut meninggal akibat penyakit tuberkulosis dan faktor lainnya.
- (6) Tingkat kesembuhan individu yang terinfeksi tuberkulosis dapat dilihat berdasarkan kedisiplinan dalam pengobatan tuberkulosis yang dilakukan secara intensif.
- (7) Individu yang terinfeksi tuberkulosis dan sudah dinyatakan sembuh, diasumsikan tidak terinfeksi kembali tuberkulosis karena menjaga pola hidupnya.

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

$S(t)$  adalah individu sehat yang akan terpapar atau rentan terpapar tuberkulosis

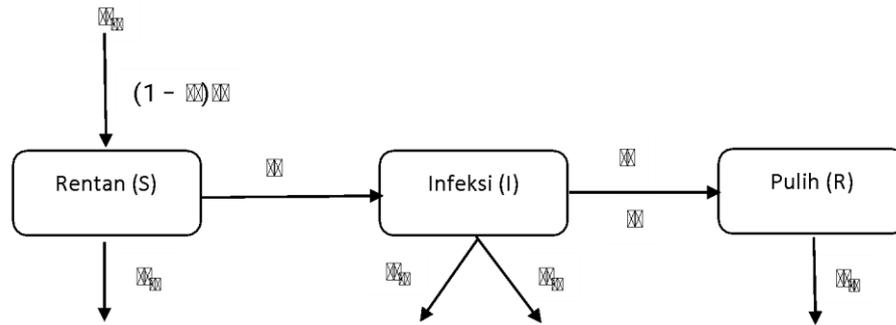
$I(t)$  adalah individu yang terinfeksi tuberkulosis

$R(t)$  adalah individu yang sembuh dari tuberkulosis

$N(t)$  adalah total populasi

$N(t) = S(t) + I(t) + R(t)$

Diagram kompartemen penyebaran penyakit tuberculosis dengan mempertimbangkan factor gizi disajikan dalam Gambar 1.



**Gambar 1:** Diagram Kompartemen Model SIR

Variabel dan parameter yang digunakan disajikan dalam Tabel 1.

**Tabel 1:** Varabel dan Keterangan Parameter

Variabel	Keterangan
S(t)	Individu sehat yang akan terpapar atau rentan terpapar tuberkulosis pada waktu t
I(t)	Individu yang terinfeksi tuberkulosis pada waktu t
R(t)	Individu yang sembuh dari tuberkulosis pada waktu t
N(t)	Total populasi pada waktu t
$\mu_k$	Laju kelahiran dan kematian alami $0 \leq \mu_k \leq 1$
$\mu_d$	Laju kematian karena tuberkulosis $0 \leq \mu_d \leq 1$
$\alpha$	Tingkat konsumsi (gizi) yang mempengaruhi individu yang terinfeksi tuberkulosis $0 \leq \alpha \leq 1$
$\beta$	Laju penularan penyakit $0 \leq \beta \leq 1$
$\gamma$	Laju kesembuhan $0 \leq \gamma \leq 1$

Berdasarkan diagram kompartemen diperoleh model sebagai berikut:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = (1 - \alpha)\mu_k N - \mu_k S - \beta S \frac{1}{N} I \\ \frac{dI}{dt} = \beta S \frac{1}{N} I - (\mu_d + \mu_k)I - \alpha\gamma I \\ \frac{dR}{dt} = \alpha\gamma I - \mu_k R \end{cases} \quad (1)$$

Untuk menyederhanakan persamaan dan memudahkan analisis model, maka proporsi banyaknya individu pada masing-masing kelompok dapat dinyatakan sebagai:

$$s = \frac{S}{N}, \quad i = \frac{I}{N}, \quad \text{dan} \quad r = \frac{R}{N}.$$

Sehingga diperoleh

$$\begin{cases} \frac{ds}{dt} = (1 - \alpha)\mu_k - \mu_k s - \beta s i \\ \frac{di}{dt} = \beta s i - (\mu_d + \mu_k + \alpha\gamma) i \\ \frac{dr}{dt} = \alpha\gamma i - \mu_k r \end{cases} \quad (2)$$

### 3.2 Analisis Kestabilan Model

Pada bagian ini pertama-tama ditentukan titik keseimbangan dari model pada persamaan (2) yaitu jika memenuhi syarat turunan pertama = 0, atau  $\frac{ds}{dt} = 0, \frac{di}{dt} = 0, \text{ dan } \frac{dr}{dt} = 0$ . Terdapat

dua titik keseimbangan yang akan ditecari yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik.

$$\frac{ds}{dt} = (1 - a)\mu_k - \mu_k s - \beta si = 0 \quad (3)$$

$$\frac{di}{dt} = \beta si - (\mu_d + \mu_k + \alpha\gamma)i = 0 \quad (4)$$

$$\frac{dr}{dt} = \alpha\gamma i - \mu_k r = 0 \quad (5)$$

Titik keseimbangan bebas penyakit diperoleh dengan asumsi nilai  $i = 0$ . Dari persamaan (3) dan (5) diperoleh:

$$s = \frac{(1-a)\mu_k}{\mu_k} = (1 - \alpha), \text{ dan } r = 0.$$

Sehingga diperoleh titik kesetimbangan bebas penyakit :

$$E_0(s_0, i_0, r_0) = ((1 - \alpha), 0, 0).$$

Titik keseimbangan endemik diperoleh dengan asumsi nilai  $i > 0$ , sehingga diperoleh titik kesetimbangan endemik :

$$E_1(s^*, i^*, r^*) = \left( \frac{\alpha\gamma + \mu_d + \mu_k}{\beta}, -\frac{\mu_k(\alpha\beta + \alpha\gamma - \beta + \mu_d + \mu_k)}{\beta(\alpha\gamma + \mu_d + \mu_k)}, -\frac{\alpha\gamma(\alpha\beta + \alpha\gamma - \beta + \mu_d + \mu_k)}{\beta(\alpha\gamma + \mu_d + \mu_k)} \right).$$

Bilangan reproduksi dasar dari model penyebaran Tuberkulosis dari sistem (2) adalah  $R_0 = \frac{\beta(1-\alpha)}{\mu_d + \mu_k + \gamma}$ .

Selanjutnya untuk melakukan analisis kestabilan dari sistem (2) terlebih dahulu dilakukan linearisasi terhadap sistem (2) menggunakan matriks Jacobian. Matriks Jacobian dari system (2) adalah

$$J = \begin{pmatrix} -\mu_k - \beta i - \beta s & 0 & \beta i & \beta s & -(\mu_d + \mu_k + \alpha\gamma) & 0 & 0 & \alpha\gamma & -\mu_k \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Matriks Jacobian di titik kesetimbangan bebas penyakit  $E_0 = ((1 - \alpha), 0, 0)$  adalah

$$J(E_0) = \begin{pmatrix} -\mu_k - \beta(1 - \alpha) & 0 & 0 & \beta(1 - \alpha) & -(\mu_d + \mu_k + \alpha\gamma) & 0 & 0 & \alpha\gamma & -\mu_k \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Sehingga diperoleh persamaan karakteristik dari matriks  $J(E_0)$  adalah

$$(-\mu_k - \lambda)([\beta(1 - \alpha) - (\mu_d + \mu_k + \alpha\gamma)] - \lambda)(-\mu_k - \lambda) = 0. \quad (8)$$

Diperoleh nilai eigen

$$\lambda_1 = -\mu_d < 0, \lambda_2 = \beta(1 - \alpha) - (\mu_d + \mu_k + \alpha\gamma) < 0 \text{ jika } \beta(1 - \alpha) < (\mu_d + \mu_k + \alpha\gamma), \text{ dan } \lambda_3 = -\mu_k < 0.$$

Dengan demikian titik kesetimbangan bebas penyakit stabil asimtotik jika  $\beta(1 - \alpha) < (\mu_d + \mu_k + \alpha\gamma)$ .

Karena  $R_0 = \frac{\beta(1-\alpha)}{\mu_d + \mu_k + \gamma}$ , maka  $\beta(1 - \alpha) = R_0(\mu_d + \mu_k + \alpha\gamma)$ , sehingga

$$\begin{aligned} \lambda_2 &= \beta(1 - \alpha) - (\mu_d + \mu_k + \alpha\gamma)\lambda_2 \\ &= R_0(\mu_d + \mu_k + \alpha\gamma) - (\mu_d + \mu_k + \alpha\gamma) \\ \lambda_2 &= (R_0 - 1)(\mu_d + \mu_k + \alpha\gamma). \end{aligned}$$

Akibatnya  $\lambda_2 < 0$  jika  $R_0 < 1$ , dan  $\lambda_2 > 0$  jika  $R_0 > 1$ .  
 Jadi jika  $R_0 < 1$ , maka semua nilai eigen ( $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ ) negatif, sehingga titik kesetimbangan bebas penyakit stabil asimtotik. Sebaliknya jika  $R_0 > 1$ , maka nilai eigen  $\lambda_1$  dan  $\lambda_3$  negatif, akan tetapi  $\lambda_2$  positif, sehingga titik kesetimbangan bebas penyakit tidak stabil.

Selanjutnya untuk menganalisis kestabilan di titik kesetimbangan endemik, pertama-tama dicari matriks Jacobian di titik tersebut, yaitu:

$$J(E_1) = \begin{pmatrix} \mu_k \frac{(\alpha\beta + \alpha\gamma - \beta + \mu_d + \mu_k)}{\alpha\gamma + \mu_d + \mu_k} - \mu_k & -\mu_d & -\mu_k & - \\ \alpha\gamma & 0 & -\mu_k \frac{(\alpha\beta + \alpha\gamma - \beta + \mu_d + \mu_k)}{\alpha\gamma + \mu_d + \mu_k} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha\gamma - \mu_k \end{pmatrix} \quad (9)$$

Nilai eigen dari matriks  $J(E_1)$  adalah

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -\mu_k < 0. \\ \lambda_2 &= \frac{1}{2(\alpha\gamma + \mu_d + \mu_k)} \left( \alpha\beta\mu_k - \beta\mu_k \right. \\ &\quad + (4\alpha^3\beta\gamma^2\mu_k + 4\alpha^3\gamma^3\mu_k + \alpha^2\beta^2\mu_k^2 - 4\alpha^2\beta\gamma^2\mu_k + 8\alpha^2\beta\gamma\mu_d\mu_k \\ &\quad + 8\alpha^2\beta\gamma\mu_k^2 + 12\alpha^2\gamma^2\mu_d\mu_k + 12\alpha^2\gamma^2\mu_k^2 - 2\alpha\beta^2\mu_k^2 \\ &\quad - 8\alpha\beta\gamma\mu_d\mu_k - 8\alpha\beta\gamma\mu_k^2 + 4\alpha\beta\mu_d^2\mu_k + 8\alpha\beta\mu_d\mu_k^2 + 4\alpha\beta\mu_k^3 \\ &\quad + 12\alpha\gamma\mu_d^2\mu_k + 24\alpha\gamma\mu_d\mu_k^2 + 12\alpha\gamma\mu_k^3 + \beta^2\mu_k^2 - 4\beta\mu_d^2\mu_k \\ &\quad \left. - 8\beta\mu_d\mu_k^2 - 4\beta\mu_k^3 + 4\mu_d^3\mu_k + 12\mu_d^2\mu_k^2 + 12\mu_d\mu_k^3 + 4\mu_k^4)^{\frac{1}{2}} \right) \\ \lambda_3 &= -\frac{1}{2(\alpha\gamma + \mu_d + \mu_k)} \left( -\alpha\beta\mu_k + \beta\mu_k \right. \\ &\quad + (4\alpha^3\beta\gamma^2\mu_k + 4\alpha^3\gamma^3\mu_k + \alpha^2\beta^2\mu_k^2 - 4\alpha^2\beta\gamma^2\mu_k + 8\alpha^2\beta\gamma\mu_d\mu_k \\ &\quad + 8\alpha^2\beta\gamma\mu_k^2 + 12\alpha^2\gamma^2\mu_d\mu_k + 12\alpha^2\gamma^2\mu_k^2 - 2\alpha\beta^2\mu_k^2 \\ &\quad - 8\alpha\beta\gamma\mu_d\mu_k - 8\alpha\beta\gamma\mu_k^2 + 4\alpha\beta\mu_d^2\mu_k + 8\alpha\beta\mu_d\mu_k^2 + 4\alpha\beta\mu_k^3 \\ &\quad + 12\alpha\gamma\mu_d^2\mu_k + 24\alpha\gamma\mu_d\mu_k^2 + 12\alpha\gamma\mu_k^3 + \beta^2\mu_k^2 - 4\beta\mu_d^2\mu_k \\ &\quad \left. - 8\beta\mu_d\mu_k^2 - 4\beta\mu_k^3 + 4\mu_d^3\mu_k + 12\mu_d^2\mu_k^2 + 12\mu_d\mu_k^3 + 4\mu_k^4)^{\frac{1}{2}} \right). \end{aligned}$$

Dapat dilihat bahwa  $\lambda_2$  dan  $\lambda_3$  nilainya selalu berlawanan, yaitu jika bagian riil dari  $\lambda_2$  positif, maka bagian riil dari  $\lambda_3$  negatif, sebaliknya jika bagian riil dari  $\lambda_2$  negatif, maka bagian riil dari  $\lambda_3$  positif. Dengan demikian titik kesetimbangan endemik tidak stabil.

### 3.3 Simulasi Numerik

Simulasi dilakukan dengan menggunakan *software* Maple 18. Dengan asumsi nilai populasi awal sebagai berikut  $S(0) = 100, I(0) = 75$  dan  $R(0) = 70$ . Sedangkan nilai parameter-parameter dengan asumsi pada tabel 2, sehingga memenuhi kondisi  $R_0 < 1$ .

**Tabel 2:** Asumsi dari Kriteria atau Parameter

Interval	Kriteria/ Parameter		
	Status	Laju Pen	Laju Kese

	G i z i ( $\alpha$ )	ular an ( $\beta$ )	mbuh an ( $\gamma$ )
[0.60, 1.00]	Baik	Tinggi	Tinggi
[0.30, 0.60]	Cuku p	Sedang	Sedang
[0.00, 0.30]	Kura n g	Rendah	Rendah

Pengukuran status gizi yang biasa digunakan adalah melalui indeks antropometri. Indeks antropometri yang digunakan dalam menilai status gizi adalah berat badan menurut umur (BB/U), panjang badan menurut umur (PB/U) dan berat badan menurut tinggi badan (BB/TB) (Badan Pengembangan dan Pemberdayaan Sumber Daya Manusia Kesehatan, 2017). Dalam simulasi ini, indeks antropometri dikonversi kedalam interval [0, 1].

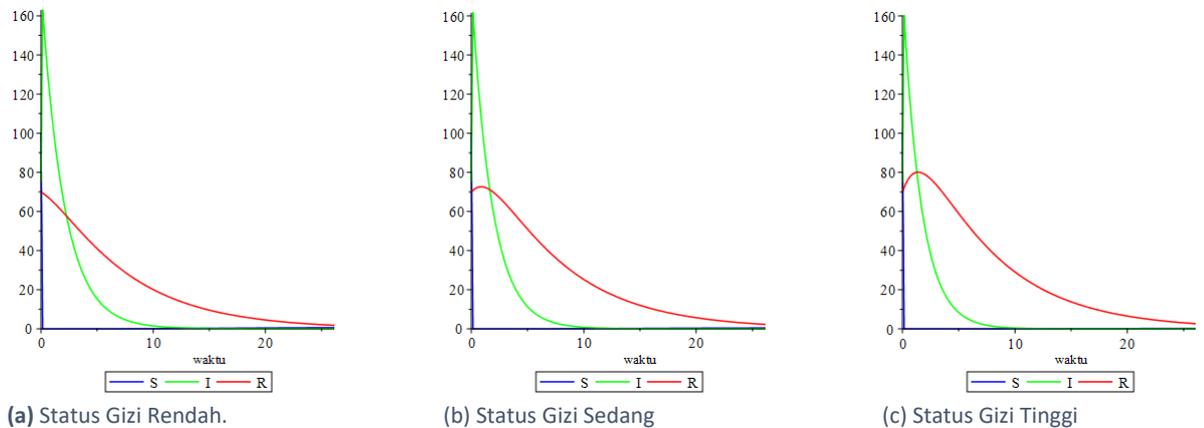
Karena penelitian ini hanya difokuskan untuk melihat pengaruh faktor gizi terhadap penyebaran penyakit tuberkulosis, maka simulasi hanya dilakukan pada kondisi dimana laju penularan tinggi.

a. Laju Penularan Tinggi dan Laju Kesembuhan Rendah

Dengan mengambil parameter-parameter:

$$\mu_k = 0.15; \mu_d = 0.40; \beta = 0.70; \gamma = 0.20; \alpha_1 = 0.20; \alpha_2 = 0.5; \alpha_3 = 0.80$$

Laju pertumbuhan penyakit tuberkulosis diperlihatkan pada Gambar 2.



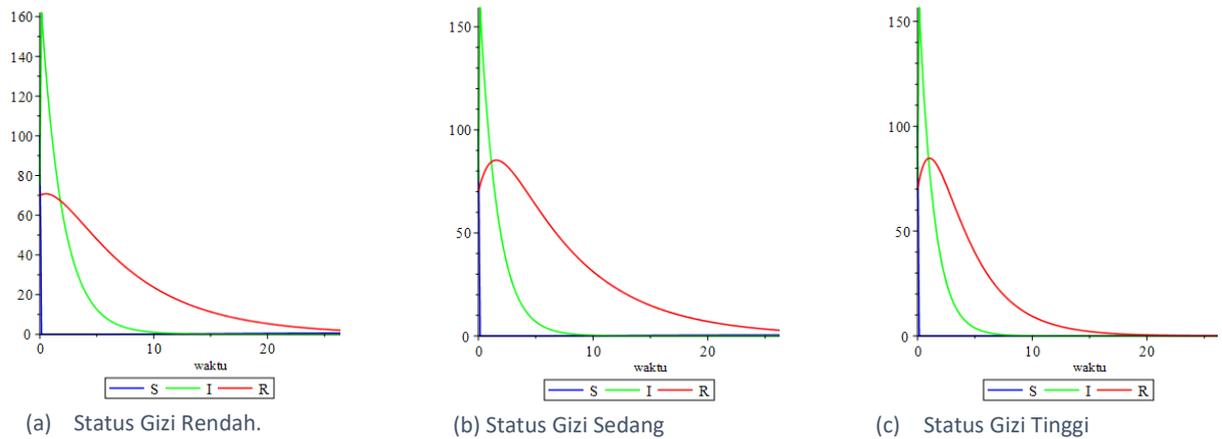
**Gambar 2:** Pertumbuhan Penyakit Tuberkulosis Model SIR dengan Laju Penularan Tinggi dan Laju Kesembuhan Rendah

b. Laju Penularan Tinggi dan Laju Kesembuhan Sedang

Dengan mengambil parameter-parameter:

$$\mu_k = 0.15; \mu_d = 0.20; \beta = 0.70; \gamma = 0.40; \alpha_1 = 0.20; \alpha_2 = 0.5; \alpha_3 = 0.80$$

Laju penyebaran penyakit tuberkulosis diperlihatkan pada Gambar 3.



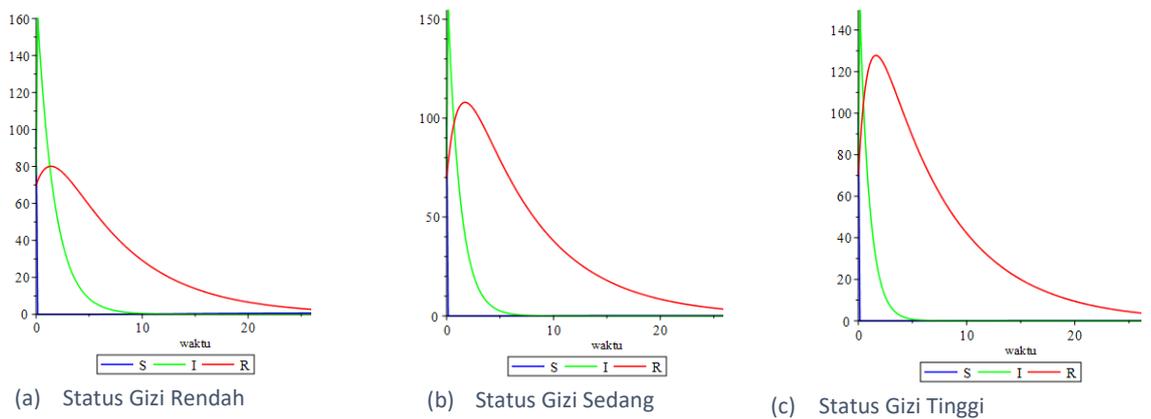
**Gambar 3:** Pertumbuhan Penyakit Tuberkulosis Model SIR dengan Laju Penularan Tinggi dan Laju Kesembuhan Sedang

c. Laju Penularan Tinggi dan Laju Kesembuhan Tinggi

Dengan mengambil parameter-parameter:

$$\mu_k = 0.15; \mu_d = 0.20; \beta = 0.70; \gamma = 0.80; \alpha_1 = 0.20; \alpha_2 = 0.5; \alpha_3 = 0.80$$

Laju penyebaran penyakit tuberkulosis diperlihatkan pada Gambar 4.



**Gambar 4:** Pertumbuhan Penyakit Tuberkulosis Model SIR dengan Laju Penularan Tinggi dan Laju Kesembuhan Tinggi

Berdasarkan hasil simulasi di atas terlihat bahwa, jika laju penularan tinggi, baik untuk laju kesembuhan kurang, sedang, maupun tinggi, faktor gizi tinggi tidak menunjukkan perbedaan yang signifikan terhadap jumlah populasi yang terinfeksi (gambar 2, 3, dan 4, a, b, c). Hal ini menunjukkan bahwa faktor gizi tidak memberikan pengaruh yang signifikan terhadap penularan penyakit Tuberkulosis. Penularan tuberkulosis lebih dipengaruhi oleh kontak antara populasi yang rentan dengan bakteri tuberkulosis atau dengan individu yang terinfeksi. Oleh karena itu pencegahan penularan yang paling berpengaruh adalah dengan melakukan vaksinasi dan juga penggunaan masker. Sementara itu, meskipun penularan tinggi, faktor gizi memberikan pengaruh yang signifikan terhadap tingkat kesembuhan, dimana baik untuk laju kesembuhan yang rendah, sedang, dan tinggi, semakin baik status gizi maka tingkat kesembuhan semakin meningkat (Gambar 2.c, 3.c, dan 4.c). Begitu juga dengan waktu penyembuhannya yang semakin cepat. Meskipun status gizi seseorang dapat mempengaruhi kesembuhan pasien penderita tuberkulosis, akan tetapi faktor yang paling mempengaruhi terhadap penyembuhan tuberkulosis adalah pengobatan yang disiplin dan tuntas. Dengan proses pengobatan yang disiplin dan ditunjang dengan status gizi yang baik, maka akan mempercepat proses kesembuhan seperti terlihat dalam gambar 4.c. Sebaliknya jika penderita tidak

disiplin dalam proses proses pengobatan, meskipun ditunjang dengan status gizi yang baik, maka proses penyembuhan akan lebih lama (gambar 2.c)

#### 4. Kesimpulan

Dari hasil penelitian diperoleh model penyebaran penyakit tuberkulosis dengan mempertimbangkan faktor gizi sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\frac{ds}{dt} &= (1 - a)\mu_k - \mu_k s - \beta si \\ \frac{di}{dt} &= \beta si - (\mu_d + \mu_k + \alpha\gamma)i \\ \frac{dr}{dt} &= \alpha\gamma i - \mu_k r\end{aligned}$$

Hasil analisis model di titik kesetimbangan bebas penyakit bersifat stabil asimtotik jika laju penularan lebih kecil dari laju kesembuhan yang dipengaruhi oleh status gizi, karena menghasilkan bilangan reproduksi dasar  $R_0 < 1$ . Hal ini menunjukkan bahwa penyakit tuberkulosis berangsur-angsur akan menghilang. Hasil simulasi menunjukkan bahwa status gizi tidak memberikan pengaruh yang signifikan terhadap penularan penyakit tuberkulosis, tetapi sangat berpengaruh terhadap penyembuhan penderita tuberkulosis. Meskipun status gizi seseorang dapat mempengaruhi kesembuhan pasien penderita tuberkulosis, akan tetapi faktor yang paling mempengaruhi terhadap penyembuhan tuberkulosis adalah pengobatan yang disiplin dan tuntas. Dengan proses pengobatan yang disiplin dan ditunjang dengan status gizi yang baik, maka akan mempercepat proses kesembuhan. Sebaliknya jika penderita tidak disiplin dalam proses proses pengobatan, meskipun ditunjang dengan status gizi yang baik, maka proses penyembuhan akan lebih lama.

#### (b) Referensi

- Badan Pengembangan dan Pemberdayaan Sumber Daya Manusia Kesehatan. (2017). *Penilaian Status Gizi*. Departemen Kesehatan RI.
- Faris Muaz. (2014). *Faktor-Faktor Yang Mempengaruhi Kejadian Tuberkulosis Paru Basil Tahan Asam Positif Di Puskesmas Wilayah Kecamatan Serang Kota Serang Tahun 2014*.
- Inayah, N., Manaqib, M., Fitriyati, N., Yupinto, I., & Matematika, P. (2020). BAREKENG: *Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan Mathematical Models of Spread Pulmonary Tuberculosis Disease with Use of Medical Mask*. 14(3), 3. <https://ojs3.unpatti.ac.id/index.php/barekeng/>
- Rafflesia, U. (2014). *Model Penyebaran Penyakit Tuberkulosis (TBC)*. *Gradien*, 10(Vol 10, No 2 (2014): Juli 2014), 983–986. <http://ejournal.unib.ac.id/index.php/gradien/article/view/225>
- Roudhotillah, D., & Chandra, T. D. (2021). *Analisis kestabilan model penyebaran penyakit tuberkulosis dengan menggunakan mseitr*. *Wahana Matematika Dan Sains: Jurnal Matematika, Sains, Dan Pembelajarannya*, 15(2), 56–74. <https://ejournal.undiksha.ac.id/index.php/JPM/article/view/34503>
- Sifriyani, S., & Rosadi, D. (2020). *Susceptible Infected Recovered (Sir) Model for Estimating Covid-19 Reproduction Number in East Kalimantan and Samarinda*. *Media Statistika*, 13(2), 170–181. <https://doi.org/10.14710/medstat.13.2.170-181>
- Syam, R., Side, S., & Said, C. S. (2021). *Model SEIRS Penyebaran Penyakit Tuberkulosis di Kota Makassar*. *Journal of Mathematics Computations and Statistics*, 3(1), 11. <https://doi.org/10.35580/jmathcos.v3i1.19180>
- WHO. (2020). *Tuberculosis Report*. In *Baltimore Health News: Vol. XLIX (Issues 9-10-11)*.
- World Health Organization. (2022). *Global Tuberculosis Report 2022 (2022nd ed.)*. World Health Organization.
- Yuniar, I., & Lestari, S. D. (2017). *Hubungan Status Gizi Dan Pendapatan Terhadap Kejadian Tuberkulosis Paru*. *Jurnal Perawat Indonesia*, 1(1), 18. <https://doi.org/10.32584/jpi.v1i1.5>